CONOCIMIENTO MATEMÁTICO FORMAL COMO PREDICTOR DEL RENDIMIENTO ACADÉMICO

OLEG VÁSQUEZ ARRIETA

UNIVERSIDAD DEL NORTE

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

BARRANQUILLA

2016

CONOCIMIENTO MATEMÁTICO FORMAL COMO PREDICTOR DEL RENDIMIENTO ACADÉMICO

OLEG VÁSQUEZ ARRIETA

Trabajo de investigación para optar al título de Magíster en Educación

DIRECTORA

MG. EVELYN ARIZA MUÑOZ

UNIVERSIDAD DEL NORTE

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

BARRANQUILLA

2016

Nota de Aceptación

Presidente del Jurado

Jurado

Jurado

Barranquilla, Marzo de 2016

A juan Camilo, mi hijo hermoso.

Agradecimientos

A Juan Camilo, por mirarme trabajar y no exigir sus
tiempos, gracias por comprender.

A Papi y Mami gracias por sus palabras sencillas y sabias:
“estudia si quieres ser alguien en la vida, si quieres seguir adelante”

Luz Estella López, Melina Ávila, Gracias por todo.

Evelin Ariza, Gracias por la confianza depositada y el empeño
para que pudiera finalizar este trabajo.

Tabla de contenido

Introducción 11
Título 14
Justificación 15
Marco Teórico 17
  Marco Epistemológico. 17
  Marco Conceptual 33
    Conocimiento intuitivo 35
    Conocimiento matemático informal 36
    Conocimiento Matemático Formal 40
  Estado del Arte. 49
Planteamiento del Problema 80
Objetivos 87
  Objetivo general 87
Hipótesis 88
Metodología 89
  Paradigma 89
  Enfoque de Investigación 90
  Diseño. 90
  Población 92
  Control de Variables 94
    Variables Controladas 94
    Variables no controladas 94
  Técnicas 95
    Prueba Estandarizada 95
  Instrumentos 95
    TEMA-3 (Ginsburg & Baroody, 2003) 95
  Procedimiento 104
Resultados 105
Discusión 114
Recomendaciones 130
Referencias 131

Anexos 139

Lista de Tablas

Tabla 1: Definición de variables 93

Tabla 2: Relación entre el tema-3 y las pruebas de criterio……………………………….99

Tabla 3: Media de los puntajes brutos (y desviaciones estándar) para el TEMA-3 en los intervalos de 6 años y correlaciones con la edad…………………………………………100

Tabla 4: Puntajes estándar para los subgrupos escogidos en el TEMA-3…………………100

Tabla 5: Medias y desviación, coeficientes de correlación Test-Retest (r) y sus niveles de significancia (p) y coeficientes Alfa Cronbach, para la escala de Competencia Académica (CA)……………………………………………………………………………..102

Tabla 6. Información SSRS para la escala Competencia Académica……………………103

Tabla 7: Frecuencias y Porcentajes de las notas por nivel...106

Tabla 8: Medias y desviaciones de la competencia matemática y la nota definitiva…….107

Tabla 9: Medias y desviaciones que tienen los estudiantes sobre el conocimiento matemático formal.. 107

Tabla 10: Coeficiente de correlación entre el conocimiento matemático formal y la competencia matemática. 108

Tabla 11: Coeficiente de correlación entre el conocimiento matemático formal y la nota definitiva 109

Tabla 12: Coeficiente de correlación entre el conocimiento matemático formal y la nota por nivel.. 110

Tabla 13: Coeficiente de regresión entre el conocimiento matemático formal y la competencia matemática.. 111

Tabla 14: Coeficiente de regresión entre el conocimiento matemática formal y la nota definitiva.. 112

Tabla 15: Coeficiente de regresión entre el conocimiento matemático formal y la nota por nivel. .... .113

Lista de Anexos

Anexo A. Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra……………………………139

Anexo B. Manual de instrucción Prueba TEMA-3 (Prueba A)....................................... 14040

Anexo C: Formato de Respuesta (Prueba A) 1766

Anexo D. Manual de instrucción Prueba TEMA-3 (Prueba B).. 1833

Anexo E: Formato de Respuesta (Prueba B).. 22020

Introducción

Los desarrollos económicos, políticos, científicos tecnológicos y particularmente los de las tecnologías de la información y las comunicaciones que se han incorporado al sistema social en todas sus dimensiones, han hecho de la educación el eje fundamental del desarrollo y le hacen cada día nuevas exigencias. Las respuestas del sistema educativo implican cambios en diferentes órdenes, desde la estructura de las relaciones entre los sujetos, hasta la de los contenidos que la escuela imparte, pasando por la evaluación y vigilancia de la calidad de los mismos. Las respuestas del sistema educativo deben ir más allá de la implementación y evaluación de políticas, que como letra muerta se emanan y siguen, pero que por sí solas no arrojan resultados positivos. Se hacen necesarias acciones como la de incorporar procesos investigativos que permitan comprender y transformar un conjunto de variables, factores, sujetos, procesos, relaciones o dimensiones de la actividad educativa en la escuela, particularmente de los procesos que tienen que ver con la enseñanza y aprendizaje de los contenidos que en ella se imparten tales como los de las matemáticas.

A pesar de las políticas que se promulgan, la realidad nacional e internacional en materia de educación matemática nos dice que el panorama no es el mejor, los resultados de pruebas internacionales como las de TERCE (2013), PISA (2012), SERCE (2009) y TIMSS (2007) nos muestran que los estudiantes colombianos obtienen puntuaciones que indican bajos niveles de desempeño en esta área. Lo mismo ocurre con las pruebas nacionales SABER, 3°, 5°, 9° y 11°. Los resultados, en promedio, denotan bajos niveles de rendimiento académico en el área de matemáticas.

Atendiendo lo planteado y la necesidad de las matemáticas como saber e instrumento para poder desenvolverse en este mundo, ha surgido la iniciativa de estudiar los factores que afectan el rendimiento académico de los estudiantes en esta área. Considerando que el rendimiento académico es un aspecto bastante complejo en donde se tejen muchas relaciones entre factores (personales y contextuales) se decidió investigar la relación entre el conocimiento matemático formal y el rendimiento académico para así poder explicarla, comprenderla y proponer alternativas de solución a los bajos niveles de desempeño en el área. Con la investigación se pretende determinar la contribución del conocimiento matemático formal en el rendimiento académico en matemáticas.

La revisión de la literatura permitió construir un marco epistemológico que habla de la naturaleza formal (Gascón, 2001), cuasi empírica (Lakatos, 1978, 1981), psicogenética (Piaget 1994, 1986, 1979, 1978 y Kamii, 2000) y de otras concepciones epistemológicas (Batanero Godino y Navarro 2003, Socas y Camacho 2003). De la mirada cuantitativa que expresa el rendimiento académico en una nota o calificación (Miñano y Castejón, 2011), de la mirada del rendimiento académico como proceso (Montes y Lerner, 2011) y de la complementariedad entre el producto y el proceso en el rendimiento académico (Gómez, 2012).

La metodología utilizada en el estudio fue de tipo cuantitativa y diseño correlacional, en el que participaron 41 estudiantes matriculados en segundo grado de primaria de un colegio oficial de estrato socioeconómico 1 y 2 del municipio de Malambo. 18 pertenecientes al género femenino y 23 al género masculino. El tipo de muestreo fue no probabilístico de tipo intencional, a los que se les aplicó el Test TEMA-3 y se les obtuvo la nota del rendimiento académico escolar del área de matemática. Para el análisis de los resultados se realizó inicialmente con estadísticas descriptivas con Media y Desviación estándar, en un segundo momento se hace uso de la Prueba de Kolmogorov-Smirnov de bondad de ajuste y en un tercer momento se procede a realizar una correlación de Spearman.

Los resultados nos muestran que existe una relación significativa entre la nota definitiva y las siguientes categorías: matemática formal, lectura y escritura de número, tablas de suma y resta y cálculo formal y que no existe relación significativa entre la nota definitiva y la categoría de conceptos formales. La investigación finaliza con recomendaciones para abordar la enseñanza de las matemáticas y las que se pueden considerar en próximos estudios.

Título

CONOCIMIENTO MATEMÁTICO FORMAL COMO PREDICTOR DEL RENDIMIENTO ACADÉMICO

Justificación

El desarrollo social nos muestra que cada día se integran más la ciencia, la tecnología y la producción económica, que este modelo de integración repercute en el diario vivir y en los procesos educativos escolarizados. La escuela debe contribuir con la formación de un pensamiento y de unas acciones para que el ciudadano, de manera crítica, pueda desenvolverse en la sociedad. Dentro de los aspectos con los que debe formarse está el del saber matemático, debido a que gran parte de la dinámica científica, tecnológica y de producción económica necesita del saber y de las formas de pensamiento y estrategias que con él se desarrollan. La escuela, la sociedad y el Estado deben estructurar procesos de vigilancia epistemológica de los desarrollos y resultados de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, no solo procesos de vigilancia social o política como las pruebas nacionales e internacionales, sino procesos académicos e investigativos.

Desde hace mucho tiempo se vienen adelantando investigaciones en el ámbito nacional e internacional que estudian un amplio abanico de factores, elementos y situaciones que atañen a la enseñanza, aprendizaje y evaluación de las matemáticas. La presente investigación es una oportunidad para explicar, comprender y proponer soluciones parciales a la problemática del rendimiento académico en matemáticas. Es decir nos ubicamos en uno de los campos de estudio que más preocupa no solo al sector académico sino al político, como lo es el del rendimiento académico en matemáticas.

Establecer la relación que se da entre el conocimiento matemático formal elaborado por los estudiantes y su rendimiento académico es pertinente con la maestría en educación con énfasis en cognición matemática porque guarda afinidad con los desarrollos investigativos de aportar a la explicación e interpretación de los fenómenos de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, propios de la maestría. Además la investigación brinda luces para explicar los fenómenos del bajo rendimiento académico en matemáticas que se dan en la región y en Colombia, así como la de proponer estrategias para superarlos.

La presente investigación es pertinente al énfasis de la maestría en cognición y se inscribe en la línea de investigación Cognición y Educación liderada por la Universidad del Norte. Al estudiar la relación entre el rendimiento académico y el conocimiento matemático formal nos ubica en la dimensión cognitiva que tiene que ver con la construcción del conocimiento matemático, con el desarrollo de cálculos formales, el uso de conceptos formales y la escritura y lectura de números, el conocimiento matemático formal refleja aspectos de la cognición, siendo éste el énfasis de la maestría.

Esta investigación es viable, en cuento está enmarcada en el proyecto "Corazón, mente y cuerpo" del área estratégica de infancia y juventud de la UN, cuyo objetivo es enseñar matemáticas ayudando a que todos los estudiantes desarrollen su capacidad matemática y estén en condiciones de ver y creer que las matemáticas tienen sentido y que son útiles para ellos, y además porque en la medida que está enmarcada en el campo de investigación de la Universidad del Norte sobre los procesos cognitivos en relación con el conocimiento matemático, hace que se cuente con el personal idóneo para brindar las asesorías, y los recursos tecnológicos necesarios para procesar la información recolectada.

Marco Teórico

Marco Epistemológico.

Epistemología de las matemáticas

La toma de conciencia del estudio de los fenómenos educativos pasa por el análisis epistemológico de aquello que se quiere estudiar, no solo del aspecto metodológico de su abordaje sino del aspecto conceptual. Asumiendo que la "epistemología es un tentativo de identificar y de unificar diversas concepciones epistemológicas relativas a una determinada ciencia, a un determinado movimiento ideológico, a grupos de personas, a instituciones o a culturas" (D'Amore, 2008, p. 88-89), es relevante explicitar las concepciones que sobre las matemáticas se tiene en la presente investigación, ya que estas concepciones orientan no sólo el quehacer del docente sino el plano general de cualquier investigación sobre educación matemática. Godino (1991) en un trabajo sobre fundamentos de la didáctica de las matemáticas trabaja el problema epistemológico de la demarcación y de la validez de esta ciencia y asume que la epistemología es rama de la filosofía estudia "la constitución de los conocimientos científicos que se consideran válidos, abarcando los problemas de demarcación de la ciencia y el estudio del desarrollo del conocimiento científico" (p. 105). La epistemología nos brinda la conciencia de los fundamentos de la investigación a realizar.

La epistemología permite tomar conciencia del saber que se estudia, tomar distancia con respecto al objeto de estudio, la vigilancia epistemológica (Artigue, 1990) para comprender la evolución del conocimiento, sus problemas y la transformación para su enseñanza y aprendizaje y no caer en especulaciones, creencias y opiniones. En este apartado se pondrán en evidencia diferentes concepciones epistemológicas de las matemáticas, asumidas las concepciones epistemológicas como un conjunto de convicciones, de “conocimientos y de saberes científicos, que tienden a decir cuáles son los conocimientos de los individuos o de los grupos de personas, su funcionamiento, las formas de establecer su validez, de adquirirlas y por tanto de enseñarlas y de aprenderlas” (D’Amore, 2008, p. 88).

La pregunta por la naturaleza de las matemáticas, por sus características, por los sujetos que la practican, por sus problemas, se resuelven en la medida que nos introducimos en su análisis epistemológico. Gascón (2001) inicia un análisis epistemológico presentando el debate desarrollado por Lakatos sobre los programas Euclídeos y Cuasi-empíricos de la naturaleza de las matemáticas y después presenta las posiciones constructivistas apoyado en los planteamientos psicogenéticos de Piaget.

Lakatos (1978, 1981) ubica el debate de los fundamentos de las matemáticas en el debate propio de las ciencias, que es el debate entre dogmáticos y escépticos, los primeros sostienen que “podemos alcanzar la verdad y saber que la hemos alcanzado, sirviéndonos para ello del poder de nuestro intelecto y/o sentidos humanos” (Lakatos, 1978, p. 20). Los segundos “afirman que no bien no se puede conocer o, al menos, no sabemos qué se puede y cuándo es que conocemos” (Lakatos, 1981, p. 16). El debate entre dogmáticos y escépticos constituye el tema básico de la epistemología general y en particular el de las matemáticas.

Para el caso de la epistemología de las matemáticas Lakatos propone dos grandes escuelas, paradigmas o programas, el Euclídeo y el Cuasi-empírico. Una teoría euclídea es un sistema deductivo en el que los axiomas o proposiciones de la cúspide constan de “términos perfectamente conocidos (términos primitivos), y se practican en esta cúspide inyecciones de valores de verdad infalibles, que sean del valor de verdad verdadero, y que fluyan hacia abajo por los canales deductivos de transmisión de verdad (pruebas)" (Lakatos, 1981, p. 17). El programa euclídeo es denominado como el programa de la trivialización del conocimiento.

Para Lakatos se han presentado tres modelos de epistemologías de las matemáticas que conforman el programa euclídeo: el logicismo de Russel, el formalismo de Hilbert, y el intuicionismo de Brower. El logicismo busca la trivialización lógica de las matemáticas, lo que significa derivar toda la matemática de principios lógicos triviales. La pretendida trivialización lógica "degeneró en un sistema sofisticado que incluía axiomas (…) que nos son trivialmente verdaderos y también (…) se hizo necesaria una prueba de consistencia para asegurar que los axiomas trivialmente verdaderos no se contradijesen entre sí" (Lakatos, 1981, p. 29), lo que significa una contradicción con las mismas ideas logicistas. Se puede decir que el programa logicistas no se pudo sostener a sí mismo y como tal no fundamentó al conocimiento matemático.

El formalismo intenta construir una meta teoría trivial, se basa en la idea de una axiomática en el sentido de un "sistema formal consistente (no contradictorio), en el que todas las verdades aritméticas puedan ser deducidas formalmente y exista una meta teoría (…una nueva rama de la matemática: la meta-matemática) capaz de probar la consistencia y completitud de los sistemas formales" (Gascón, 2001, p. 132). La metamatemática es una abstracción de las matemáticas en las que las "teorías matemáticas son sustituidas por sistemas formales, pruebas mediante ciertas secuencias de fórmulas bien formadas y definiciones (…) tipográficamente convenientes" (Lakatos, 1978, p. 16). El formalismo presenta al conocimiento matemático elaborado en su máxima expresión de abstracción, desconociendo la filosofía y la historia de las mismas, gran parte de la actividad matemática es desconocida por el formalismo, como por ejemplo los "problemas relativos a las matemáticas informales (*inhaltliche*) y a su desarrollo así como todos los problemas relativos a la lógica de la situación de la resolución de problemas en matemáticas" (Lakatos, 1978, p. 16). Lo que significa negar gran cantidad de conocimiento matemático que no puede alcanzar el status de su formalización. En el formalismo, el contenido de las matemáticas "puede ser establecido tomando prestadas las operaciones de la lógica, construyendo intuitivamente los contenidos de las matemáticas (números, operaciones, objetos geométricos, etc.) y cerrando la puerta a todo intento de explicación respecto a los aspectos que subyacen bajo los resultados" (Iglesias, 1972, p. 7,8). El análisis realizado basado en los desarrollos del mismo campo de las matemáticas muestra que el formalismo, en últimas instancia, no resiste los mismos criterios que intenta defender.

El intuicionismo es un "intento desesperado por detener la regresión al infinito se ve obligado a considerar que la prueba última de si un método es admisible en meta matemática es que sea intuitivamente convincente" (Gascón, 2001). Frente a la introducción de criterios subjetivos para fundamentar el carácter racional de las matemáticas se plantean las siguientes preguntas "¿por qué empeñarse en pruebas últimas y autoridades decisivas? ¿Por qué buscar fundamentos, si se acepta que son subjetivos? ¿Por qué no admitir honestamente la falibilidad matemática, e intentar la dignidad del conocimiento falible…?" (Lakatos, 1981, p. 41). De esta manera se evita la metamatemática y recurrir a argumentos subjetivista que es lo que precisamente intenta combatir el programa euclídeo.

Gascón (2001), Beyer y Walter (2001), Socas y Camacho (2003) plantean que Lakatos asume la matemática como de naturaleza cuasi-empírica al igual que las otras ciencias, tanto naturales como las sociales, él introduce el análisis histórico en sus estudios, su interés no es la de fundamentarla sino de estudiar su desarrollo. Para Lakatos, en palabras de Gascón, lo que justifica una teoría matemática no es que los "axiomas sean indudablemente verdaderos, ni siquiera que sean no contradictorios entre sí, sino que permitan deducir efectivamente algunos resultados esenciales que queremos que sean deducibles" (2001, p. 137).

Una teoría cuasi empírica parte de "problemas, seguidos de soluciones arriesgadas; luego vienen los test severos, las refutaciones. El vehículo del progreso se encuentra en las especulaciones audaces, la crítica, la controversia, entre teorías rivales, los cambios de problemas" (Lakatos, 1981, p. 49). Ante un problema el matemático presenta hipótesis de solución, realiza la prueba, si en el desarrollo de la prueba aparecen refutaciones el valor de falsedad se retransmite desde los enunciados de la base hacia arriba, lo que genera un cambio en la hipótesis presentada, luego se presenta otra hipótesis, si se llega a una prueba no quiere decir que la teoría es verdadera, solo ha superado la prueba; la teoría siempre estará en estado hipotético. Lo importante es la lógica del desarrollo de la teoría, la heurística, no el proceso algorítmico. Las teorías científicas están organizadas en sistemas deductivos donde la inyección crucial del valor de verdad se encuentra en la base, pero la verdad no fluye hacia arriba. El "flujo lógico importante en tales teorías cuasi empíricas no es la transmisión de la verdad, sino más bien la retransmisión de la falsedad – desde los teoremas especiales ubicados en la base (enunciados básicos) hacia arriba, hasta el conjunto de axiomas" (Lakatos, 1981, p. 48).

Una teoría cuasi-empírica no se verifica, se corrobora, nunca estamos seguros de que es verdadera, siempre permanece en estado hipotético hasta encontrar el falsador, es una teoría especulativa. Las teorías cuasi –empíricas de las matemáticas se les pueden aplicar los mismos criterios metodológicos y lógicos de Popper: Las teorías matemáticas son "refutables y deben someterse continuamente a la crítica, pues es éste el vehículo de crecimiento del conocimiento matemático (…). En este contexto, la lógica no es una herramienta para la prueba de las teorías, sino para su crítica" (Beyer y Walter, 2001, 239). La mirada cuasi-empírica introduce el aspecto histórico en la forma de abordar su naturaleza porque muestra cómo se "desarrollaron los conceptos y resultados particulares de las Matemáticas, tomando como base los problemas concretos así como las dificultades históricas para su resolución" (Socas y Camacho, 2003, p. 156). Son muchas las implicaciones didácticas, sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas que se tienen desde la teoría cuasi-empírica.

Además de las teorías euclídeas y cuasi-empíricas, se presenta un análisis sobre el constructivismo matemático basado en los planteamientos de Piaget de la epistemología psicogenética de manera general, y particularmente los planteamiento sobre la epistemología de las matemáticas.

Piaget es uno de los autores que intentó comprender los procesos lógicos, psicológicos y, podríamos decir que, históricos que desarrollan los sujetos en la construcción de las matemáticas. Para una mayor claridad en sus presupuestos sobre la epistemología de las matemáticas es necesario presentar sus aportes sobre la naturaleza del conocimiento. El conocimiento no está predeterminado ni en el sujeto ni en el objeto, el conocimiento no se encuentra "predeterminado ni en las estructuras internas del sujeto, puesto que son el producto de una construcción efectiva y continua, ni en los caracteres preexistentes del objeto, ya que solo son conocidos gracias a la mediación necesarias de estas estructuras" (Piaget, 1986, p. 35). El conocimiento es elaborado por el sujeto en interacción con el objeto, en sus propias palabras "todo conocimiento supone un aspecto de elaboración nueva" (Piaget, 1986, p. 35).

En un análisis de los aportes de Piaget en el campo de la epistemología, Kammi habla de tres tipos de conocimientos que se diferencian entre sí pero que se integran en la comprensión y construcción de la realidad: conocimiento físico, social y el lógico-matemático. El primero se refiere a las "propiedades físicas que están en los objetos de la realidad exterior y que pueden conocerse mediante la observación" (Kamii, 2000, p. 21), características como el peso, el color, la longitud y otras se pueden conocer mediante la observación y pertenecen en sí a los objetos. Piaget utilizó el término abstracción empírica para referirse a la abstracción de las propiedades o características de los objetos, "todo lo que el niño hace es centrarse en una propiedad determinada del objeto e ignorar las otras" (Kamii, 2000, p. 22). Para abstraer el color se ignoran las propiedades restantes como el peso, el material y las otras, la observación y el pensamiento se centra.

El conocimiento social es el convencional, "… las fuentes últimas del conocimiento social son las convenciones elaboradas por la gente. La característica principal del conocimiento social es su naturaleza eminentemente arbitraria" (Kamii, 2003, p. 25).

El conocimiento lógico- matemático se compone de relaciones construidas por cada individuo. Según Kamii (2000) las relaciones son construcciones mentales, en tal sentido son internas al sujeto, no tienen existencia en la realidad exterior, la fuente de este conocimiento es el mismo individuo, no es arbitrario y es universal. La diferencia o igualdad son relaciones y como tal el sujeto las construye mediante la abstracción, Piaget la llama abstracción reflexionante o reflexiva, la que implica la construcción de relaciones entre objetos. "…esta abstracción se trata de una verdadera construcción de la mente más que una centración en algo que ya existe en los objeto" (Kamii, 2003, p. 17). Se abstraen las informaciones a partir de las acciones y operaciones del sujeto, Gascón (2001). Por efectos del análisis se han presentado los tres tipos de conocimiento por separado, pero en la realidad mental de los sujetos éstos se complementan y el uno no se da sin los otros.

Atendiendo los planteamientos presentados sobre el conocimiento, Piaget propone el análisis genético para su abordaje epistemológico y nos dice que lo característico de la epistemología genética es tratar de "descubrir las raíces de los distintos tipos de conocimientos desde sus formas más elementales y seguir su desarrollo en los niveles ulteriores, inclusive hasta el pensamiento científico" (1986, p. 37). El problema específico de la epistemología genética es el del incrementos de conocimientos es decir, "del paso de un conocimiento peor o más pobre a un saber más rico (en comprensión y en extensión) (…) este problema genético en sentido amplio engloba también el del progreso de todo conocimiento científico" (Piaget, 1986, p. 39). La epistemología genética debe dar cuenta del estado del conocimiento de un nivel determinado y el paso de un nivel a otro, así como de la validez de los mismos, de su estructura formal. En el análisis psicogenético la "acción precede al pensamiento y el pensamiento consiste en una composición siempre más rica y coherente de las operaciones que prolongan las acciones interiorizadas" (Piaget, 1978, p 48).

En el enfoque psicogenético se asume que las matemáticas son un sistema de "construcciones que se apoyan igualmente, en su punto de partida, en las coordinaciones de las acciones y las operaciones del sujeto y que avanzan mediante una sucesión de abstracciones reflexivas de niveles cada vez más elevados" (Piaget, 1979, p. 17). En este tipo de estudio se combina el análisis lógico con el análisis genético, lo general de naturaleza lógica y lo elemental de naturaleza psicogenética.

Desde la psicogenética la epistemología de las matemáticas tendría tres problemas:

> "Porqué son indefinidamente fecundas al mismo tiempo que parten de conceptos o de axiomas poco numerosos y relativamente pobres; porque se imponen de forma necesaria y, sin embargo, permanecen rigurosas constantemente a pesar de su carácter constructivo que podría ser fuente de irracionalidad; y por qué concuerdan con la experiencia o la realidad física a pesar de su naturaleza enteramente deductiva" (Piaget, 1986, p 118). En la epistemología genética se intenta traducir el desarrollo histórico del conocimiento con el desarrollo del conocimiento realizado por el individuo, así como el del crecimiento orgánico que lo asume como una progresiva equilibración, de un estado de menor equilibrio a uno de mayor. (Piaget, 1994)

Otra concepción de la epistemología de las matemáticas es el constructivismo, éste hace uso de los elementos históricos del desarrollo de las matemáticas, de los sociogenéticos y de los desarrollos sicogenéticos. El constructivismo asume que "los instrumentos y mecanismos que determinan el paso de un periodo (de la historia de la ciencia) al siguiente son análogos a los que determinan el paso de un tránsito psicogenético a otro" (Gascón, 2001, p. 144). Los objetos matemáticos son "extraídos de las acciones u operaciones del sujeto en lugar de ser entidades lógicas, lingüísticas, ideales o cuasi empíricas (…) las acciones del sujeto nunca son aisladas, están coordinadas con otras" (Gascón, 2001,p. 145). En el constructivismo "las aplicaciones, tanto externas como internas, deberían preceder y seguir a la creación de las matemáticas; éstas deben aparecer como una respuesta natural y espontánea de la mente y el genio humano a los problemas que se presentan" (Godino, Batanero y Font, 2003, p. 21). Los problemas se pueden ubicar en diferentes contextos, en los físicos, biológicos, científicos, matemáticos, sociales y tecnológicos en los que el hombre vive. En el constructivismo los objetos matemáticos y las relaciones entre ellos tienen un carácter subjetivo. (Socas y Camacho, 2003)

Otra mirada de las matemáticas, que nos ubican en el espacio social es la que se da cuando se realiza una síntesis de los planteamientos de Witgenstein y Lakatos es así como:

a) "Las matemáticas constituyen una actividad de resolución de situaciones problemáticas de una cierta índole, socialmente compartida; estas situaciones problemáticas se pueden referir al mundo natural y social o bien pueden ser internas a la propia matemática; como respuesta o solución a estos problemas externos o internos surgen y evolucionan progresivamente los objetos matemáticos (conceptos, procedimientos, teorías, etc.).
b) Las matemáticas son un lenguaje simbólico en el que se expresan las situaciones- problemas y las soluciones encontradas (…) como todo lenguaje implica unas reglas de uso que hay que conocer y su aprendizaje ocasiona dificultades similares al aprendizaje de otro lenguaje no materno.

c) Las matemáticas constituyen un sistema conceptual, lógicamente organizado y socialmente compartido (…) un sistema no puede reducirse a sus componentes aislados, ya que las interrelaciones entre los mismos son una parte esencial” (Batanero, Godino y Navarro, 2003p. 108)

Desde esta perspectiva la matemática es una construcción social, una realidad cultural, una experiencia construida y constituida por conceptos, proposiciones, teorías, aplicaciones, operaciones, relaciones, etc. con significaciones personales, institucionales y sociales en comunidades de prácticas, prácticas realizadas para la resolución de las situaciones problemas.

Existen otros análisis sobre la naturaleza de las matemáticas, como la que presenta Socas y Camacho (2003), quienes dividen las diferentes teorías sobre las matemáticas en dos grandes grupos: unas que la asumen como una creación humana y la otra que ve a las matemáticas como un descubrimiento. También presentan dos grandes posiciones que han caracterizado la naturaleza del conocimiento matemático: la prescriptiva (normativa) y la descriptiva (o naturista). La primera es dogmática y la segunda reconoce los aspectos sociales en su elaboración. En la concepción prescriptiva las matemáticas son verdades eternas, absolutas y objetivas. La concepción descriptiva considera la práctica matemática y sus aspectos sociales, éste saber y su verdad están basados en convenios lingüísticos, las proposiciones de la lógica y las matemáticas son analíticas, son juegos del lenguaje (Socas y Camacho, 2003). En clara alusión a Wittgenstein plantean que la verdad matemática está mediada por el significado que le dan los sujetos. También hablan del naturalismo que asume las matemáticas como una construcción humana en la cultura. La matemática es un sistema cultural en donde se considera el uso del conocimiento.

Otra concepción es la del constructivismo social, para esta corriente filosófica, "el individuo y el conocimiento de la disciplina son mutuamente interdependientes y se van construyendo mediante la interacción personal entre ambos, mediatizados por los textos y otras representaciones lingüísticas, simbólicas e icónicas" (Socas y Camacho, 2003, p. 157). La creación del sujeto y el conocimiento de la cultura matemática forman un ciclo en el que el uno contribuye con la formación del otro.

En los párrafos anteriores se han presentado diferentes posturas epistemológicas del conocimiento matemático, lo trabajado muestra los no acuerdos para determinar la naturaleza de las matemáticas. La intención no es agotar el debate, es mostrar la multiplicidad de posiciones, todas ellas con implicaciones serias en el plano de la enseñanza, el aprendizaje, el rendimiento académico. Atendiendo que una de las variables de trabajo es la matemática formalista se asumen concepciones del formalismo matemático para orientar el presente trabajo, considerando las críticas planteadas por los diversos epistemólogos y didactas de las matemáticas. En los apartados que siguen del marco epistemológico se aborda la forma de concebir filosóficamente el rendimiento académico.

Naturaleza del rendimiento académico

Así como no hay consenso a la hora de abordar la naturaleza de las matemáticas, también ocurre cuando hablamos del rendimiento académico. Montes & Lerner (2011) presentan tres formas de concebir el rendimiento académico: 1) como un ―resultado- expresado e interpretado cuantitativamente; 2) como juicio evaluativo –cuantificado o no- sobre la formación académica, como el proceso llevado a cabo por el estudiante; 3) de manera combinada asumiendo el rendimiento como proceso y resultado. El rendimiento académico se ubica en el debate epistemológico que se da entre los que conciben el conocimiento como resultado o producto cuantificable y los que lo ven como proceso, y aquellos mediadores que ven en las dos posturas anteriores más que una dicotomía, ven la complementariedad.

El rendimiento académico visto como resultado se expresa de manera cuantitativa, "la nota", la calificación, Tonconi (como se citó en Montes y Lerner, 2011) define el rendimiento académico como el nivel demostrado de conocimientos en un área o materia, evidenciado a través de indicadores cuantitativos, usualmente expresados mediante calificación ponderada en el sistema vigesimal y, bajo el supuesto que es un "grupo social calificado" el que fija los rangos de aprobación, para áreas de conocimiento determinadas, para contenidos específicos o para asignaturas. El rendimiento académico se expresa en la calificación que se obtiene, en un tiempo determinado, en un campo o asignatura del saber y la definen sujetos con autoridad para hacerlo: los "profesores".

El rendimiento académico expresado en una calificación o nota, dentro de un rango o escala, que simbólica o normativamente expresa el tránsito por el sistema educativo, define los que avanzan, se detienen o los que necesitan un poco más de tiempo (Beltrán y La Serna, 2008). El supuesto implícito se encuentra en que la nota corresponde al proceso de enseñanza y aprendizaje del alumno, se "infiere un concepto unilateral, concebido sólo como fruto del esfuerzo (…) la valoración cuantitativa para el rendimiento académico es simbólica, en otras palabras, se ofrece como una observación objetiva respecto del rendimiento; sin embargo, es una objetividad entre paréntesis" (Montes & Lerner, 2011, p. 15).

En muchas investigaciones se asume el rendimiento académico como la calificación, la “nota”, la medida que obtienen los estudiantes dentro del sistema educativo, por lo general al final de un periodo de tiempo, lo que no niega que pueda ser en cualquier otro momento, notas que ha expresado el docente, notas que se ubican en una escala que las instituciones han normado. (Beltrán y La Serna, 2008; López, 2013; Peralta y Sánchez, 2003; Salum, Marín, y Reyes, 2011). El rendimiento académico se puede asumir como la “Calificación global de O a 10 realizada por el profesor (y no por áreas) a final de curso, en función del rendimiento mostrado por el niño a lo largo del mismo. Esta variable ha sido denominada «notas»” (Broc, 1994, p. 286). En otra investigación sobre para definir el rendimiento académico “se valoró según los resultados obtenidos por los alumnos en la evaluación inicial y final del curso (rendimiento anterior y rendimiento final, respectivamente), recogidos en las actas de evaluación de los distintos centros en una escala de 0 a 10”. (Miñano y Castejón, 2011, p. 211). (Peralta y Sánchez 2003) han preferido medir el rendimiento académico a través de las evaluaciones o de la nota media de las calificaciones realizadas por los propios profesores, en lugar de acudir a otras pruebas de rendimiento. El sistema educativo utiliza distintas formas de evaluación que permiten, a través de una estimación generalmente cuantitativa, conocer lo que se denomina rendimiento académico (Pérez, Cupani y Ayllón, 2005).

La nota, calificación o medida es de algo, se asume que se pueden medir capacidades, aprendizajes, logros, desempeños, el rendimiento académico se concibe como una “medida de las capacidades respondientes o indicativas que manifiestan, en forma estimativa, lo que una persona ha aprendido como consecuencia de un proceso de instrucción o formación” Pizarro (como se citó en López 2013, p. 5). El rendimiento académico es la “forma de medir el grado de aprendizaje alcanzado por los estudiantes” (Gómez, 2012, p. 17). Como concepto, el rendimiento académico se define como “el nivel de aprendizaje alcanzado por el alumno en el sistema escolar, reflejado en el promedio global de sus calificaciones en el año cursado”. (Salum, Marín y Reyes, 2011, p. 211). De manera general el rendimiento académico expresado como nota o calificación obedece a una mirada cuantitativa del conocimiento y mide conocimientos, habilidades, aprendizajes, logros y competencias en un tiempo determinado, realizado por un profesor.

Frente a la concepción del rendimiento académico como nota o calificación cuantitativa, deudora de una epistemología que ve el conocimiento y el aprendizaje como resultado observable, objetivo y medible, aparece la concepción epistemológica del conocimiento y el aprendizaje como proceso, logro o desarrollo del estudiante, es decir una epistemología de corte cualitativo. El rendimiento académico se considera el proceso que pone en “juego las aptitudes del estudiante ligadas a factores volitivos, afectivos y emocionales, además de la ejercitación para lograr objetivos o propósitos institucionales preestablecidos. Tal proceso "técnico-pedagógico" o de “instrucción-formación" se objetiva en una calificación resultante expresada cualitativamente” Reyes y Díaz (como son citados por Montes & Lerner, 2011, p. 15). El rendimiento académico se ve afectado por la calidad del vínculo que establece el estudiante con el aprendizaje mismo, teniendo en cuenta que el “deseo de saber, la curiosidad, la duda y la pregunta, como elementos de una actitud investigativa, se constituyen en un estilo de vida que caracteriza a los estudiosos y apasionados por la búsqueda del saber” (Montes y Lerner, 2011, p. 17). La relación afectiva-emotiva con el objeto de estudio es fundamental para para entender el rendimiento académico.

Beltrán y La Serna (2008) haciendo un análisis de las concepciones del rendimiento académico diferencian el rendimiento académico en sentido inmediato (notas o calificaciones) y en sentido mediato (logros personales o profesionales), el rendimiento en sentido mediato o diferido "hace referencia a su conexión con el mundo del trabajo, en términos de eficacia y productividad, se vincula, sobre todo, con criterios de calidad de la institución" Tejedor y García (como es citado por Beltrán & La Serna, 2008, p. 9). El rendimiento se mira en función del impacto del proceso académico que vive el sujeto en la institución educativa y por fuera de ella, el rendimiento se evalúa en la sociedad misma, en el mudo futuro, se mira en función de la efectividad escolar y tendría que ver con el grado de logro de los objetivos establecidos en relación con el efecto social, este tipo de rendimiento académico puede ser entendido en "relación con un grupo social que fija los niveles exiguos de aprobación ante un determinado cúmulo de conocimientos o aptitudes" Carrasco (como es citado por Gómez, 2012, p. 17). De manera general el rendimiento académico se puede ver dentro del paradigma cualitativo de la educación y como tal mira los procesos académicos en función de logros, desarrollo del estudiante y efectos en el plano social.

En el campo epistemológico y pedagógico frente a concepciones opuestas o dicotómicas, se presentan concepciones mediadoras o complementarias, hay investigadores que asumen el rendimiento académico como resultado y proceso, el rendimiento académico debe concebirse tanto "cuantitativamente, cuando mide lo que arrojan las pruebas, como en forma cualitativa, cuando se aprecian subjetivamente los resultados de la educación" Chadwick (como es citados por Montes y Lerner 2011, p13). Gómez (2012) también retoma los planteamiento de Chadwick para definir el rendimiento académico como la expresión de capacidades y características psicológicas y sociológicas del estudiante "desarrolladas y reformadas a través del proceso de enseñanza-aprendizaje que le posibilita obtener un nivel de funcionamiento y logros académicos a través de un período, año o semestre, que se resume en un calificativo final (…) evaluativo del nivel alcanzado" (p. 17).

El rendimiento como producto y proceso involucra aspectos propios de la subjetividad del individuo que es evaluado y de quien evalúa, el rendimiento se puede asumir como el "resultado obtenido por el individuo en cierta actividad académica. Se liga el concepto de rendimiento y aptitud. El resultado además, obedece a factores relacionados con la voluntad, lo afectivo y lo emocional, además de la ejercitación" Nováez (como ha sido citados por Gómez, 2012).

Atendiendo los planteamiento anteriores y los instrumentos utilizados para la establecer la relación que hay entre el conocimiento matemático y el rendimiento académico, se retoman la concepción de rendimiento académico proceso y producto ya que se mira el nivel de competencias de los estudiantes en relación con otros valorados por los profesores.

Marco Conceptual

En el marco epistemológico se presentaron diversas concepciones de las matemáticas, las que permiten distinguir entre lo que es la matemática y lo que es la matemática escolar, de allí que no podemos confundir "matemática formal" para hablar del formalismo y "matemática formal" para hablar del aparato simbólico y de ciertas reglas de construcción que se presentan en la escuela. Lo mismo ocurre con la expresión "matemática informal", en el ámbito de la epistemología de las matemáticas se refiere a las matemáticas que no han alcanzado el grado abstracción propio del formalismo matemático, es decir que no ha construido los axiomas, los términos primitivos, las definiciones y reglas de deducción, no quiere decir que no es simbólica o altamente elaborada, simplemente no se ha formalizado o, en palabras de Lakatos, no ha elaborado una metamatemática. En el plano de la escuela, las matemáticas informales tienen que ver con las matemáticas que el niño ha elaborado por fuera de la escuela, sin el simbolismo, las operaciones, los cálculos y los conceptos organizados como se presentan en ella.

Al responder la pregunta sobre la evolución del pensamiento matemático del niño, desde lo sicogenético, el intuicionismo y la teoría cuasi-empírica se establece un paralelo entre el desarrollo histórico de las matemáticas con el desarrollo del pensamiento matemático de los niños (Sáinz, y Argos, 2005). En muchos aspectos el "desarrollo matemático de los niños corre paralelo al desarrollo histórico de la matemática: el conocimiento matemático impreciso y concreto de los niños se va haciendo cada vez más preciso y abstracto" (Baroody, 2000, p. 40). El análisis histórico nos muestra que la intuición es la base de la aceptación de los conceptos, "que las formulaciones de cariz informal e intuitivo preceden a la matemática exacta y formalizada y actúan como base para la misma" (González 2000, p. 177). Es como si los niños, al igual que el hombre en sus inicios, tuvieran un sentido numérico. Baroody muestra un recorrido del pensamiento matemático de los niños que inicia con un conocimiento intuitivo, seguido por un conocimiento informal y termina con el conocimiento formal que se socializa en la escuela.

Conocimiento intuitivo

Al realizar el paralelo entre el desarrollo histórico de las matemáticas y el desarrollo del pensamiento matemático del niño, se encuentra que la intuición numérica, o matemática en sentido más general, aparece como elemento de base. Las primeras adquisiciones y manifestaciones matemáticas del niño se presentan antes de lo que el adulto cree (Bermejo, 1990), incluso ante los ojos del adulto sin que éste lo alcance a ver, a los pocos meses de nacido, hay quienes consideran que es natural, innato. Desde que el niño nace posee habilidades matemáticas. Existe un dispositivo cerebral para el aprendizaje de las matemáticas, "que les permite aprender matemáticas desde que nacen. Este aprendizaje combinaría el desarrollo cognitivo y la interacción con el entorno" Butterworth (como se citó en Castro, Flecha y Ramírez, 2015, p. 98). Lo que se asemeja al concepto de competencia lingüística en Chomsky.

La percepción numérica, la construcción de correspondencia y la habilidad para abstraer la invariancia numérica con cantidades pequeñas se presentan muy rápido en el desarrollo infantil, incluso antes de aparecer el habla (Bermejo, 1990), "al parecer los niños pequeños poseen un proceso de enumeración o correspondencia que les permite distinguir entre pequeños conjuntos de elementos" (Baroody, 2000, p. 41). En sus estudios sobre el pensamiento matemático este autor plantea que el niño desarrolla un sentido intuitivo del número, de las magnitudes y equivalencias y de la adición y sustracción; iniciando con experiencias concretas, los niños comprenden nociones, como la magnitud relativa, diferencian uno, dos y muchos. "Más adelante, podrán realizar comparaciones «burdas» entre magnitudes. El sentido numérico básico también les permite reconocer que añadir un objeto a una colección, hace que sea «más», de la misma forma que quitarlo hace que sea «menos»" (Núñez y Lozano, 2003, p. 547).

A medida que el niño se desarrolla, aparecen nuevas experiencias numéricas con cantidades más grandes, frente a estas experiencias el conocimiento intuitivo se presenta insuficiente, limitado porque se basa en juicios sobre las apariencias de los objetos (León, Lucano y Oliva, 2014). El niño se construye y recurre a procesos e instrumentos más elaborados y precisos como la numeración y el conteo (Baroody, 2000). "El empleo de la percepción directa sumado a la acción de contar, les permite descubrir que las etiquetas numéricas no están ligadas a la apariencia de conjuntos u objetos y son útiles para especificar conjuntos equivalentes". (León, Lucano y Oliva, 2014, p. 47). La intuición no responde por procesos más elaborados en donde la cuantificación, el orden y la precisión se presentan como situaciones del entorno que debe resolver, se hace necesario construir, en el contexto mismo, el conteo como mecanismo que brinda posibilidades para determinar las situaciones cuantitativas. De todas maneras los autores citados concuerdan que el conocimiento intuitivo numérico es la base para el desarrollo matemático, "El sentido numérico básico de los niños constituye la base del desarrollo matemático" (Baroody, 2000, p. 42)

Conocimiento matemático informal

A medida que el niño se desarrolla en su ambiente aparecen experiencias de cuantificación, en donde los procesos intuitivos que le permiten establecer equivalencias o distinguir entre colecciones con cantidades pequeñas, no le son suficientes para, entre otras, determinar la cantidad o establecer el orden o tamaño de la colección. Estas mismas situaciones le exigen elaborar nuevos instrumento tomando como base la matemática intuitiva, pero desbordándola al mismo tiempo.

El niño se mueve y explora un mundo social y natural que le generan necesidades prácticas y experiencias concretas en donde la cuantificación se presenta como un elemento de dicha experiencia y mediante métodos informales va construyendo una matemática informal (Sáinz y Argos, 2005; Camacho, 2012) que involucran el aspecto sociológico, antropológico e histórico y se construye "independientemente del grupo social, nivel de inteligencia, nivel socioeconómico o cultura, casi todos los niños y adultos cuentan con ciertos aspectos básicos de la matemática informal" Ginsburg y Baroody (como se citó en Ortiz, 2009, p. 392). En los espacios culturales en donde se desenvuelven los niños tienen "numerosas oportunidades para contar, desarrollando sus propias etiquetas (palabras-numerales) y aunque éstas varíen de cultura a cultura, todas tienen en común que presentan un sistema de conteo altamente elaborado" (Caballero, 2005, p. 12). La matemática informal se desarrolla incluso en contextos culturales no alfabetizados (Núñez y Lozano 2003), es decir las matemáticas informales se presentan como universales (Fernández, Gutiérrez, Gómez, Jaramillo y Orozco, 2004).

El conocimiento matemático informal es elaborado por fuera de la escuela. Ese conocimiento se desarrolla, básicamente, a través de la interacción del niño con su medio y de la imitación a los adultos, y es "reconocido como conocimiento aplicado, circunstancial y utilizado para resolver problemas planteados en el contexto de la vida real, particularmente en aquellas situaciones familiares" (Reverand, 2004, p. 2). Los niños aprenden matemática informal en el contacto con sus compañeros, con su familia, en la tv, los juegos (Baroody, 2000) e imitando a los adultos (Kaplan, Yamamoto y Ginsburg, 1996). Esta invención activa comienza antes de que el niño ingrese al jardín de infantes y se adquiere mediante métodos informales (Ortiz, 2009). Los niños de las primeras edades “recopilan, a menudo, una gran riqueza de conocimientos sobre temas que les interesan, y a partir de estos intereses y actividades cotidianas es como desarrollan su pensamiento matemático (Alsina, 2012, p. 12). Estas matemáticas informales son significativas, no carecen de sentido para los niños, posiblemente se diferencien del sentido del adulto, pero el niño dota de significados la situación a la que se enfrenta y la resuelve.

La matemática informal se caracteriza por ser oral, por usar los principios de la composición aditiva (Reverand, 2004), porque se apoya en el sentido numérico básico y le permite al niño distinguir y contabilizar conjuntos pequeños de objetos (Núñez y Lozano 2003), por usar la percepción directa sumada a la acción de contar, por partir de necesidades prácticas y experiencias concretas (León, Lucano, Oliva, 2014), porque sus nociones y procedimientos son adquiridos a partir de la intuición (Castro, Flecha y Ramírez 2015).

Cuando los niños llegan a la escuela no lo hacen con la mente en blanco como suponen algunas planteamientos tradicionales y el asociacionismo, ellos llegan con las matemáticas informales que incluyen elaboraciones nocionales “habilidades y estrategias relativas a un amplio conjunto de aspectos, desde la numeración y el conteo hasta la resolución de problemas aritméticos, la organización y representación del espacio o la proporción, pasando por la planificación y la toma de decisiones” (Edo i Basté, 2005, p. 398). Es un conocimiento altamente complejo que le permite al niño interpretar el componente matemático de la realidad y que le servirá de base o fundamento para interpretar la matemática que aprenderá en la escuela.

Las nociones, conocimientos y estrategias matemáticas informales, construidas al margen de la escuela, les permiten avanzar en la construcción de nociones matemáticas más complejas (Camacho, 2012), serán la base y preparan el terreno para la matemática formal que se imparte en la escuela (León, Lucano y Oliva, 2014; Baroody, 2000). La matemática informal de los niños es el "paso intermedio crucial entre su conocimiento intuitivo, limitado e impreciso y basado en su percepción directa, y la matemática poderosa y precisa basada en símbolos abstractos que se imparten en la escuela" (Baroody, 2000, p. 46). Los planteamientos de Baroody se hacen desde la concepción del aprendizaje significativo, en este caso el conocimiento matemático informal se constituye en un preconcepto o conocimiento previo que desempeña un papel importante en el aprendizaje significativo de las matemática que la escuela enseña, los niños tienden a interpretar y a abordar las situaciones de la matemática escolar en función de la matemática informal.

La escuela y el mismo contexto social ponen en contacto a los niños con situaciones matemática en donde los "métodos informales se van haciendo cada vez más susceptible al error, llegando a ser completamente incapaces de usar procedimientos informales con números mayores" (León, Lucano y Oliva, 2014, p. 47-48). A medida que las situaciones del contexto y de la escuela introducen cantidades mayores el "contar y la aritmética informal se hacen cada vez menos útiles, aunque los métodos informales proporcionan una solución inmediata, no pueden proporcionar registros a largo plazo" (Baroody, 2000, p. 45). En este sentido la escuela es el lugar o espacio en donde el niño se aproxima a una matemática diferente a la informal, pero que no debe desconocerla: la matemática formal.

Conocimiento Matemático Formal

Cuando el niño llega a la escuela no lo hace con la mente en blanco, llega con toda una carga de conocimientos, habilidades y estrategias que, para el caso de las matemáticas, preparan el terreno para la matemática formal que se imparte en ella, la matemática informal de los niños es el puente entre su "conocimiento intuitivo, limitado e impreciso y basado en su percepción directa, y la matemática poderosa y precisa basada en símbolos abstractos que se imparten en la escuela" (Baroody, 2000, p. 46). La matemática que se presenta en la escuela "supera los límites de la matemática concreta, su poder reside en su capacidad para desligarse del mundo concreto, trascendiendo la necesidad de la presencia de objetos, y alcanzando la abstracción" (Núñez y Lozano, 2003, p 547).

La matemática formal se caracteriza por estar constituida por "símbolos, conceptos, reglas y algoritmos que permiten abordar la solución de problemas y realizar tareas matemáticas en el contexto escolar" (Reverand, 2004, p. 2). Por la manipulación de un sistema de símbolos escritos (Caballero, 2005), sistema "altamente organizado, codificado y escrito desarrollado a lo largo de los siglos y usualmente transmitido a través de un proceso de educación sistemática" (Kaplan, Yamamoto, Ginsburg y Herbert, 1996, p. 108). Por el uso de cálculos aritméticos con números grandes (León, Lucano y Oliva, 2014), por ser de naturaleza estrictamente abstracta, vinculado a un lenguaje muy específico (Gonzáles, 2000), por desarrollar conceptos, estrategias y técnicas de algoritmos (Castro, Flecha y Ramírez, 2015). Digamos que la matemática formal escolar deviene del formalismo matemático y en ella impera lo abstracto, simbólico, las reglas y procedimientos algorítmicos.

La escuela, vía currículo, planes y programas, y mediante procesos de transposición didáctica, organiza una serie de contenidos matemáticos que deben ser dominados por los niños en el curso del tiempo (Reverand 2004). Es importante que los niños aprendan los conceptos de unidad de base diez, lo que significa sobrepasar la barrera de las estructuras aditivas, propias de la matemática informal, e introducirse en las estructuras multiplicativas. Para "tratar con cantidades mayores es importante pensar en términos de unidades, decenas, centenas, etc." (Baroody, 2000, p. 46). La numeración posicional y el manejo de los algoritmos fundamentados en estos aprendizajes significan un progreso grande para los niños (Sáinz y Argos, 2005). Pensar en decenas y múltiplos de 10 permite abordar con "flexibilidad y facilidad, una amplia gama de tareas matemáticas (ordenar, comparar y realizar cálculos mentales con los números) (…) proporciona el razonamiento que subyace a muchas técnicas básicas, como escribir números de varias cifras y sumar y restar con llevadas" (Núñez y Lozano, 2003, p. 547). Además en la escuela los niños deben aprender habilidades y estrategias numéricas y aritméticas que incluyen símbolos, reglas, cálculos, algoritmos, operaciones, "propiedades de las operaciones y las relaciones entre los números. Esto supone un conocimiento explícito en que los niños deben ser capaces de explicar el razonamiento de un procedimiento y justificar su respuesta" (Ortiz, 2009, p. 392).

Los niños al ingresar a la escuela son unos recién llegados a una comunidad de aprendizaje (Reverand, (2004) que deberán sumergirse en un entramado de relaciones, normas, saberes y reglas propias de esta comunidad. En el aspecto formal de las matemáticas tendrán que establecer conexiones entre las matemáticas informales y los sistemas simbólicos que la escuela le presenta. Los "niños aprenden a asimilar la matemática que se enseña en la escuela dentro de su propio esquema mental” (Kaplan, Yamamoto y Ginsburg, 1996, p. 109). Producen sentidos conceptuales y procedimentales alejados de los sentidos de la matemática formal, pero que funcionan para ellos, el niño puede seguir operando con la lógica de la matemática informal para desarrollar la matemática formal e incluso pueden convivir las dos matemáticas y darle sentidos diferentes a una misma situación sin que se vea la contradicción, los niños interpretan y desarrollan las matemáticas formales atendiendo su matemática informal (Caballero, 2005) y no siempre “activan, ante las situaciones y problemas formales de las matemáticas escolares, su conocimiento previo relevante ni, inversamente, transfieren a contextos cotidianos las estrategias aprendidas en el contexto escolar (Basté, 2005, p. 398). Las matemáticas formales exigen nuevas formas de aprender, ya no desde lo concreto e intuitivo sino desde lenguajes simbólicos que exigen precisión, lo que al inicio le parece extraño al niño. (Baroody, 2000).

Pero cómo hacer para que en los niños se den aprendizajes significativos de las matemáticas formales. Las propuestas innovadoras actuales sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas “fomentan que los alumnos utilicen activamente en el aula su conocimiento matemático informal y sus formas personales de representación, de pensamiento y de resolución de problemas matemáticos” (Edo i Basté, 2005, p. 398). El conocimiento escolar debe relacionarse con las experiencias, saberes, estrategias y estructuras previas para que se construyan nuevos sentidos. Se da la necesidad de negociar los significados para que puedan ser interpretados. No puede ignorarse que el “aprendizaje de los procesos simbólicos, anclados en el lenguaje y la cultura, y que son vitales en esta área, requiere todo un proceso de negociación, desde la designación espontánea a la organización matemática normalizada" (Chamorro, 2011, p. 25). Hay que conectar las matemáticas informales con las formales (Alsina, 2012) para que el niño vincule la nueva representación escrita con la forma oral de representación de la matemática informal (Camacho, 2012). Para lograr esta conexión se deben planificar y programar las estrategias didácticas (Ortiz, 2009), por ejemplo, para la enseñanza de la suma y resta antes de recibir instrucción formal:

> 1°) "los niños ya suelen resolver múltiples problemas de sumar, restar e incluso de multiplicar y dividir; 2°) Estos niños resuelven los problemas verbales mediante el uso del conteo y de objetos, pero no estarían suficientemente preparados para entender de modo significativo los símbolos del algoritmo. Por tanto, parece razonable que sean los problemas verbales, y no los algoritmos, el modo natural de iniciar la enseñanza de estos contenidos". (Bermejo, 1995, p. 4)

Ginsburg y Baroody (2003), plantean que la Matemática Formal se clasifica o divide en subcategorías: Lectura y Escritura de Números, Tablas de Suma y Resta, Cálculo Formal y Conceptos formales.

Lectura y Escritura de Números: en ésta se incluyen los componentes: lectura de números de un solo dígito, escritura de números de un solo dígito, lectura números del 10-19, escritura números de dos dígitos, lectura de números de dos dígitos, lectura de números de tres dígitos, escritura de números de tres dígitos, lectura de números de cuatro dígitos (Ginsburg y Baroody, 2003). Los niños el ingresar a la escuela llegan con formas de representar cantidades que son informales (concretas: objetos, dedos, marcas), pero la escuela lo coloca en contacto con los símbolos, de allí que deben familiarizarse con los símbolos numéricos o numerales, su lectura y escritura para comprender las matemáticas formales. El niño debe construir la simbología partiendo de las representaciones informales, logrando establecer sentidos y comprensiones más abstractas que las de las matemáticas informales.

Tablas de Suma y Resta: cuyo aprendizaje consiste en emitir un resultado sin haber utilizado un cálculo basado en procesos informales como el de conteo, su dominio facilita y agiliza el cálculo. (Ginsburg y Baroody, 2003)

Cálculo formal: se incluyen en esta categoría la suma escrita de dos dígitos sin llevar, la suma y resta mental, el procedimiento de sustracción, procedimiento de adición escrita, sumas de dos dígitos y llevando, procedimiento de adición escrita de tres dígitos y llevando, restando múltiplos de 10, resta escrita de dos y tres dígitos y prestando. (Ginsburg y Baroody, 2003)

Conceptos formales: en esta categoría se involucran componentes como la conmutatividad simbólica aditiva, las decenas de una centena, la centenas de un mil, mayor y menor dígito, entre otros. (Ginsburg y Baroody, 2003). Parte del éxito del aprendizaje de las matemáticas y del rendimiento académico en esta área está representado por esta categoría.

En el presente trabajo de investigación se considera la propuesta de Ginsburg y Baroody (2003), quienes plantean que el conocimiento matemático formal consiste en la manipulación de un sistema de símbolos escritos que se aprende en la escuela cuando los niños inician el aprendizaje formal alrededor de los siete años partiendo de los conocimientos intuitivos que han adquirido en situaciones cotidianas, familiares y comunitarias, es decir a partir del conocimiento Matemático Informal.

Rendimiento académico

En el referente epistemológico se presentaron tres concepciones del rendimiento académico: el cuantitativo que reduce el rendimiento a una nota, calificación o resultado, el rendimiento académico como proceso y el rendimiento académico como producto y proceso. Las diferentes miradas del rendimiento académico lo muestran como algo complejo, no "unicausado" (Pérez, Cupani y Ayllón, 2005). El rendimiento académico se puede ver como un indicador del nivel de logro o de aprendizaje, es una tabla imaginaria de medida (Villalba y Salcedo, 2008), hasta cierto punto arbitraria que da cuenta de una norma que se asume como nivel de logro o desempeño.

El rendimiento académico por lo general expresa la medida del nivel de logro o de aprendizaje en diferentes áreas del conocimiento, quien fija la calificación o medida es un sujeto con el saber y el poder social (maestro) y determina el avance o permanencia en el sistema educativo. Jiménez (como se citó en Navarro, 2003) introduce como criterio de la norma y de la escala del rendimiento académico la edad de los sujetos evaluados.

Alcaide, (2009) realiza un rastreo del concepto rendimiento académico presentando definiciones que atienden diferentes objetos de aprendizaje o desarrollo escolar. El rendimiento académico es una medida de las capacidades "respondientes o indicativas que manifiesta, en forma estimativa, lo que una persona ha aprendido como consecuencia de un proceso de instrucción o formación" Pizarro (como se citó en Alcaide, 2009, p. 31). Otra definición que cita Alcaide es la que asume que el "rendimiento académico es el fin de todos los esfuerzos y todas las iniciativas escolares del maestro, de los padres de los mismos alumnos; el valor de la escuela y el maestro se juzga por los conocimientos adquiridos por los alumnos" Kaczynska (como se citó en Alcaide, 2009, p. 32). El rendimiento académico es un indicador de los logros, de los aprendizajes que evidencian los estudiantes en los centros escolares a propósito de los objetivos, metas y expectativas del docente mediados por estrategias de enseñanza. El rendimiento académico es un indicador del nivel de aprendizaje alcanzado por el alumno, por ello, el sistema educativo brinda tanta importancia a dicho indicador. En tal sentido, el rendimiento académico se convierte en una "tabla imaginaria de medida" para el aprendizaje logrado en el aula, que constituye el objetivo central de la educación (Alcaide, 2009; Ferrel, Vélez y Ferrel, 2014).

Atendiendo la importancia que tiene el rendimiento académico dentro del sistema educativo se hace necesario estudiarlo, comprenderlo y mirar los aspectos que lo condicionan, determinan e incluso predicen, se hace necesario considerar las variables intervinientes, atendiendo que es el resultado de la influencia e interacción simultánea de diversos factores como creencias de autoeficacia, expectativas de logro, habilidades objetivas, ciertos rasgos de personalidad, factores genéticos, así como variables contextuales de tipo socioeconómico y cultural y factores relacionados puntualmente a la institución educativa (Pérez, Cupani y Ayllón, 2005). Otras variables externas al sujeto, como la calidad del maestro, el ambiente de clase, la familia, el programa educativo, etc., (Alcaide, 2009), la amplitud de los programas de estudio, las metodologías de enseñanza utilizadas, la dificultad de emplear una enseñanza personalizada, en los alumnos (Navarro, 2003). Sobre el bajo rendimiento escolar (Enríquez, Segura y Tovar) coinciden en señalar los mismos factores de incidencia de manera general y, en lo particular encuentran cuatro factores que determinan el riesgo del bajo rendimiento académico de un niño en edad escolar: "presentar historia de ausentismo o problemas disciplinarios; presentar estado de deprivación socio afectiva y problemas de maltrato, pertenecer a un hogar con tres o más niños menores de cinco años o ser un niño frecuentemente enfermo" (2013, p. 657).

Al conjunto de variables que inciden en el éxito o fracaso se les conoce como condicionantes del rendimiento académico, estos condicionantes están "constituidos por un conjunto de factores acotados operativamente como variables que se pueden agrupar en dos niveles: las de tipo personal y las contextuales (socioambientales, institucionales e instruccionales)" (González, 2003, p. 247). La investigación y la misma cotidianidad educativa nos dicen que las diferencias de los estudiantes respecto al rendimiento académico obedecen, probablemente, a "factores intelectuales, de aptitud para el estudio y de personalidad. Algunos autores afirman que los primeros dos son los más importantes para predecir el éxito escolar y explican la mayor parte del fenómeno" Eysenck y Eysenck (como se citó en Esguerra y Guerrero, 2010, p. 101).

Las investigaciones sobre rendimiento académico, seleccionan uno o diferentes factores que inciden, Que se agrupan, como se dijo anteriormente, en personales y contextuales. Las personales incluyen aquellas que caracterizan al alumno como "aprendiz: inteligencia, aptitudes, estilos de aprendizaje, conocimientos previos, género, edad y las variables motivacionales. (…) las variables contextuales o socioambientales se refieren al estatus social, familiar y económico que se dan en un medio lingüístico y cultural específico" (Guerrero, 2014, p. 61). Dentro de las variables contextuales encontramos las variables institucionales y las instruccionales, las primeras se relacionan con la institución educativa e "incluye factores de organización escolar, desempeño de los docentes, clima de trabajo percibido por los participantes de la institución educativa (…) Las variables instruccionales incluyen los contenidos académicos, lo métodos de enseñanza, las práctica y tareas escolares" (Guerrero, 2014, p. 62).

Otros autores realizan análisis diferentes y encuentran cinco tipos de variables que afectan el rendimiento académico en diferentes contextos de formación:

> las variables de identificación (género, edad); las variables académicas (tipos de estudios cursados, curso, opción en que se estudia una carrera, rendimiento previo, etc.); las variables pedagógicas (definición de competencias de aprendizaje, metodología de enseñanza, estrategias de evaluación, etc.); las variables socio-familiares (estudios de los padres, profesión, nivel de ingresos, etc.) y las variables psicológicas (aptitudes intelectuales, personalidad, motivación, estrategias de aprendizaje, estilos de aprendizaje, entre otros)". (Esguerra y Guerrero, 2010, p. 101).

Es una forma diferente de realizar la clasificación pero que atienden los planteamientos de las variables personales y contextuales.

En el presente estudio se trabaja una de las variables personales como lo es el conocimiento matemático formal que tiene el estudiante y se determinará se es predictor del rendimiento académico.

Estado del Arte.

Rendimiento académico en matemáticas

El rendimiento académico en matemáticas se estudia atendiendo los diversos factores que de lo determinan. Las investigaciones van desde las que, en un mismo estudio, atienden factores personales e individuales (que se ubican en el mismo sujeto como rasgos de personalidad, autoconcepto, creencias, conocimientos previos, etc) y factores contextuales (condiciones socioeconómicas, familiares, institucionales, de relaciones con la enseñanza), como las que se focalizan en pocos aspectos ya sean individuales o del contexto. A continuación se presenta un conjunto de investigaciones que estudian el fenómeno del rendimiento académico en el área de matemáticas. Se inicia presentando las que abarcan los aspectos individuales y contextuales, después las que estudian aspectos contextuales y por último las que estudian los factores individuales

Rendimiento académico en matemáticas: factores individuales y contextuales

Orlando, (2014) en su tesis doctoral se propone identificar los factores asociados al desarrollo de la competencia para resolver problemas matemáticos, las habilidades cognitivas que intervienen y valora su asociación con el rendimiento académico de estudiantes de carreras de educación superior, después del primer año de estudio. Utilizó la estrategia de la simulación mediada por computadora para obtener datos que sustentan los resultados como predictivos de la trayectoria escolar. Como medida de rendimiento escolar se tomó: el promedio de calificaciones obtenidas por los estudiantes en las materias troncales de la carrera, el promedio de las calificaciones de todas las materias en el primer año de estudio y el porcentaje de aprobación de materias cursadas (índice de aprobación).

La muestra se compone de 332 estudiantes, 51% son mujeres y 49% Varones. Entre otros resultados, se observa que las dimensiones con más capacidad de pronosticar los resultados escolares son la motivación, el desarrollo de las habilidades cognitivas y la capacidad de resolver problemas. Los resultados del análisis de regresión pone en evidencia que la organización conceptual, puesta de manifiesto con los procesos relevados con el THRM (Prueba de ingreso) , puede ser tomada como variable predictiva del rendimiento académico; la inteligencia práctica también contribuye de forma significativa a la predicción del mismo. Con relación a la determinación de los indicadores de competencia asociados al rendimiento académico y a la trayectoria escolar, los datos del trabajo muestran que los factores: Calificación en Matemática (CM), el Promedio de Materias del primer año (PMA) y el Índice de aprobación (IA), tienen una relación directa y significativa con la variable rendimiento académico. Con referencia a la vinculación de la capacidad predictiva del rendimiento académico con la capacidad para resolver problemas matemáticos, la información recogida en este trabajo ha podido verificar una relación directa. Los datos, ponen en evidencia que la organización adecuada del conocimiento para la adquisición de nuevos conocimientos y habilidades, es resultante de efectos aditivos; a mayor habilidad para resolver problemas y mayor calidad de la organización conceptual, mayor es el rendimiento y, consecuentemente mejor trayectoria académica. Los resultados muestran que la Comprensión Lectora o Dominio Lingüístico- Semántico, la Comprensión del Problema y Planeamiento de Resolución, la Argumentación y Organización de las Estrategias que lo Resuelven, y la Resolución y Cálculos correctos y Capacidad de Rescatar Conocimientos y Adquirir nueva Información, son procesos predictivos del rendimiento general en matemáticas y de la capacidad que presentan los alumnos para resolver los problemas matemáticos. Por otra parte, se comprueba la existencia de correlaciones positivas entre factores no intelectuales y rendimiento académico. El rendimiento surge como resultado de características personales, del contexto sociocultural, la motivación y los hábitos de aprendizaje. Estos factores se relacionan significativamente con las predicciones de rendimiento académico. Atendiendo que la investigación se hace con estudiantes universitarios, no se miran las categorías establecidas por Ginsburg y Baroody, pero conceptualmente se aproximan al hablar de conocimientos matemáticos, pues a nivel universitario las matemáticas se hacen formales.

Cerda, Ortega, Pérez, Flores, y Melipillán (2011) se proponen medir la relación entre el nivel de inteligencia lógica de los estudiantes y su desempeño académico general y, más concretamente en el ámbito curricular de las Matemáticas y observar si existen diferencias significativas entre los baremos para escolares comunes frente a los que se muestran entre los estudiantes talentosos o especialmente dotados. Para el estudio toman una muestra representativa del colectivo de estudiantes de Educación Básica y Media (N=4446), sobre un Test de Inteligencia Lógica Superior (TILS) con muestreo probabilístico de carácter estratificado, en la población por dependencia administrativa establecida en 3 niveles: a) particular pagada (clase alta); b) particular- subvencionada (clase media) y c) municipalizada (clase baja). En cuanto a la distribución por género, un 53.1% corresponde a mujeres y un 46.9% a hombres. La edad promedio de la muestra fue de 14.22 años. Se toma una muestra específica de estudiantes talentosos de 493 alumnos. Los resultados muestran que los hombres obtienen mejores puntajes que las mujeres en inteligencia lógica; los estudiantes de establecimientos particulares obtienen puntajes más altos puntajes que los estudiantes de establecimientos subvencionados y municipales, y los estudiantes de establecimientos subvencionados obtienen mayores puntajes que los de establecimientos municipales. Respecto a las diferencias de la población ordinaria y del grupo de estudiantes talentosos se constató que éstos últimos presentan niveles de inteligencia lógica mayores. Se observa una correlación positiva y significativa de la inteligencia lógica con el desempeño académico general y especialmente con el rendimiento en la asignatura de matemáticas. En particular, los alumnos con mejor desempeño en matemáticas se caracterizan por presentar un mejor desempeño general, mayores puntajes de inteligencia lógica y menor edad. Esta investigación no atiende los conocimientos matemáticos y su impacto en el rendimiento académico.

Oviedo (2012) realiza un estudio multinivel para determinar los niveles de logro de aprendizaje del estudiante en Matemática y los factores asociados a ese rendimiento académico. Fue un estudio exploratorio y cuantitativo, cuyo universo lo constituyen todos los estudiantes de noveno año del 2010 debidamente inscritos en las diferentes instituciones y modalidades de la educación formal de Tercer Ciclo de la Educación General Básica de Costa Rica, la muestra fue de 6357 estudiantes. El análisis de los datos realizado por la prueba T-Student con diferentes variables (sector, zona, modalidad, sexo y horario) revela diferencias importantes entre las categorías de la población. De acuerdo con los datos, la diferencia estandarizada de los promedios es de un 99% a favor de los privados; también se observa que las medias de los puntajes de los colegios ubicados en la zona urbana son mayores que los ubicados en la zona rural a nivel poblacional; existe diferencias significativas a favor de los hombres sobre las mujeres a nivel poblacional. La comparación según horario de las instituciones de secundaria, diurnas y nocturnas, indica que sí existe una diferencia entre las medias de los estudiantes a favor de los diurnos. Los niveles de agregación que explican en mayor porcentaje el rendimiento académico de los estudiantes de noveno año, en Matemática, son los que comprenden las variables del estudiante y del colegio, mientras que en el nivel en que se obtiene un menor porcentaje de varianza explicada es el aula.

Las variables con importancia práctica son: el agrado por la asignatura (nivel estudiante), el sexo del docente (nivel del aula), la satisfacción del director y el sector al que pertenece el centro educativo (nivel colegio). La edad del estudiante es una variable que resultó significativa en el rendimiento académico en Matemática. Se puede inferir que la extra-edad del estudiante de noveno está asociada a un menor logro de aprendizaje. La percepción de la dificultad de la asignatura como el agrado hacia la Matemática está relacionada con el rendimiento académico; entre más difícil consideran los estudiantes la asignatura, tienen menor rendimiento; mientras que la empatía por la Matemática está asociada en forma directa, con ese rendimiento. El índice socioeconómico se relacionó significativamente con el rendimiento académico. La dimensión familiar se puede observar a través de las variables: expectativa de logro y motivación hacia el estudiante. En el modelo multinivel estas variables estuvieron relacionadas con el rendimiento académico en Matemática. En esta investigación no se atiende el conocimiento de las matemáticas formales, como variable del estudiante.

Gómez (2012) realiza una investigación para elaborar un diagnóstico acerca de los elementos problemáticos que generan el bajo rendimiento académico en el área de matemáticas, en estudiantes de 6º a 11º grado. El tipo de investigación empleado fue el de la investigación de campo, trabajando las variables individuales (Características sociales de los estudiantes, Rasgos socioeconómicos y culturales de la familia, Distancia de la casa al centro educativo, Actitudes, Historia educativa (Antecedentes individuales del estudiante)), las Variables escolares (Características sociales e institucionales de la institución educativa, Infraestructura del aula y de la institución educativa, Composición socio económica del aula, Clima institucional, Características profesionales y personales de los docentes, Cobertura curricular y recursos pedagógicos). La obtención de la información en torno a las variables mencionadas se llevó a cabo mediante la aplicación de encuestas, observación directa y mediante el análisis de documentación aportada por la institución. La muestra ajustada fue de 280 estudiantes, los cuales se distribuyeron por grados (de 6º a 11º). Los resultados muestran que el bajo rendimiento académico en el área de matemáticas está relacionado con el alto número de estudiantes por grupo, alto número de Estudiantes con NEE (10% de la población total e los grados que van de 6° a 11°), el poco manejo de nuevas tecnologías en educación por parte de los docentes, el poco manejo y aplicación de estrategias pedagógicas modernas (De los quince docentes encuestados, el 58% conocen y aplican únicamente la estrategia de aprendizaje por problemas), poco poder adquisitivo de los padres de familia (El 49% de las madres de familia es ama de casa, El 47% vive con menos de un SMLV ($599.200), los bajos niveles de formación académica de los padres de familia (El 34% estudió únicamente hasta primaria, El 54% estudió únicamente hasta secundaria Solamente el 2% realizó estudios universitarios), la alta exposición a factores de riesgo (Inseguridad, Drogadicción, Económico). La investigación no atiende la variable conocimientos matemáticos de los estudiantes.

Cervini (2004) realiza una investigación cuyo objetivo es investigar los efectos del ‘ethos’ estudiantil y del ‘clima’ en la escuela (según los alumnos), y de diferentes aspectos del ‘proceso’ institucional (según el Director) sobre el logro en Matemática de los alumnos del último año del Secundario en Argentina. Se analizan datos que provienen de (i) la prueba de Matemática, (ii) el Cuestionario del estudiante y (iii) el Cuestionario del Director, aplicados en el Censo Nacional de Finalización del Nivel Secundario, realizado a finales del año lectivo de 1998 por el Ministerio de Cultura y Educación de la Nación. El análisis de los datos muestra que los alumnos de las escuelas de más alto nivel socioeconómico y cultural familiar, de menor proporción de repitentes y de más recursos educativos institucionales disponibles, poseen un promedio alto de expectativa de 'éxito futuro debido a la escuela' y una menor incidencia de (la percepción de) abandono escolar. Además, los Directores de esas escuelas adjudican un alto nivel académico a la institución y poseen expectativas de alto rendimiento respecto de sus alumnos.

Por otro lado, es interesante observar que la composición por género no se asocia con ninguna de las variables de proceso, excepto con (esfuerzo), o sea, cuanto mayor es el porcentaje de mujeres en la escuela, mayor es el cumplimiento promedio de tareas. Las actitudes hacia Matemática – (motivación) y (valoración) – se muestran independientes de la composición socioeconómica, probablemente como consecuencia de cierto 'efecto escuela', dado que matemática es un conocimiento típicamente escolar. Con excepción de (abandono), no se detecta tampoco correlación elevada entre composición socioeconómica y las percepciones de los alumnos sobre el clima escolar. Los alumnos obtienen altos rendimientos cuando el Director de la escuela tiene expectativas de altos logros, o cuando le adjudica a la escuela alto prestigio académico, buenas relaciones interpersonales, disciplina o definición clara de fines, o cuando sus profesores enfatizan las tareas de enseñanza y aprendizaje o valorizan la práctica de evaluación. Todas las mediciones relativas a contextos inmediatos de los procesos de aprendizaje, según la percepción del alumno, mantienen estrecha asociación con el logro en matemática. En cuanto más intensa es la indisciplina, la violencia o el abandono en la escuela, según la percepción de los estudiantes, menor será el rendimiento en Matemática; cuanto más intensa sea la motivación y la valoración de la Matemática, la expectativa de éxito (imputado a lo aprendido en la escuela) y el cumplimiento en las tareas escolares, más alto será el rendimiento. Finalmente, cuanto más positiva sea la imagen del estudiante acerca de la calidad de interacción con y la eficacia de los docentes, más alto será el rendimiento. La investigación no atiende los conocimientos matemáticos de los estudiantes, mira más el aspecto de actitudes y expectativas de los estudiantes hacia las matemáticas.

Coronado, Sandoval y Torres (2012) se plantean el objetivo conocer si el género, los resultados de la PAA (prueba de admisión a la universidad) y algunos factores personales inciden en el desempeño matemático de los estudiantes que ingresan al Centro Universitario de Ciencias Económico Administrativas (CUCEA) de la Universidad de Guadalajara. La población de estudio son los 2200 alumnos aceptados en el calendario 2011ª. Se utiliza estadística descriptiva e inferencial. La escala de calificación va de cero (0) a cien (100). El análisis de los datos muestra que la condición civil (soltero, casado o unión libre) del estudiante no es un impedimento para obtener calificaciones entre 90 y 100, se aprecia que los hombres obtienen mejores calificaciones que las mujeres en el rango de 70 a 100, en el caso de los solteros, que representan el grupo mayoritario. Las mujeres tienen mejores promedios que los hombres en sus estudios precedentes, independientemente del tipo de carrera, la situación laboral y el estado civil. Se encontró que el sexo femenino tiene calificaciones superiores a los hombres en sus estudios previos; sin embargo, el caso contrario se presenta en la sección de matemáticas de la PAA. Para obtener buenas notas en matemáticas no existe un impedimento en cuanto a si los alumnos trabajan o no, su estado civil y la escuela de procedencia, si es particular o pública. Se aplicó un examen diagnóstico para definir ciertas características del estudiante en el área de conocimientos de matemáticas, los resultados muestran que no hay un patrón que pueda asegurar si los alumnos de escuelas particulares son mejores en sus notas o si por estar casados o trabajan disminuye sus calificaciones. La condición laboral tampoco es un impedimento para obtener calificaciones de 80 a 100; sin embargo, los que no trabajan, específicamente las mujeres, obtienen calificaciones de 30 o menos. De hecho, las mujeres que trabajan de noche tienen calificaciones por arriba de 40 y los hombres, de 50. Los hombres que laboran en el turno matutino son muy superiores a las mujeres en calificaciones; logran de 90 a 100. Respecto a los que no trabajan, las mujeres obtienen calificaciones de 50 a 60 y los hombres, de 60 a 70. En esta investigación se muestra algo interesante que atiende el conocimiento matemático formal, atendiendo que son estudiantes universitarios, es que el rendimiento no se puede predecir por criterios externos al estudiante, siendo así el mismo conocimiento matemático del estudiante es el factor predictor del rendimiento matemático, esto se podría interpretar como si entre más conocimiento elaborado, conceptual y formal se tiene mayor es el rendimiento académico.

Galvis, Chica, Ramírez, Hassan (2010) utilizan los resultados obtenidos por los estudiantes en las áreas de matemáticas y lenguaje de las pruebas ICFES Saber 11º del segundo semestre de 2009, como medio para identificar los determinantes del rendimiento académico en Colombia en las áreas de lenguaje y matemáticas. En el análisis se encontró que los hombres tienen mayor probabilidad de obtener calificaciones más altas en las pruebas de matemáticas. Por otra parte a más edad implica una mayor probabilidad de ubicarse en el nivel bajo. Atendiendo la categorización socioeconómica, se observa que en general los bachilleres de estratos uno a cinco y los ubicados en el área rural, evidencian en términos estadísticos una mayor probabilidad de ubicarse en el rango medio de la evaluación comparándolos con respecto a los logros educativos de los bachilleres del estrato seis, los cuales presentan mayor probabilidad de ubicarse en el nivel alto. Los estudiantes que son hijos de personas con un bajo nivel de formación académica, sistemáticamente evidencian mayor probabilidad de ubicarse en el nivel bajo de la prueba. Respecto a los hogares que se encuentran en la encuesta Sisben se encontró que éstos presentan mayor probabilidad de encontrarse en el nivel bajo de la prueba cuando son comparados con bachilleres provenientes de familias no encuestadas. Los bachilleres que toman clases en horas de la tarde, noche y fines de semana evidencian una mayor probabilidad de encontrarse en los niveles bajos de la prueba, mientras que los estudiantes de jornada completa exhiben mayor probabilidad de encontrarse en el nivel alto de la calificación. Las instituciones cuya población estudiantil es sólo masculina o femenina evidencian una mayor probabilidad de obtener resultados superiores comparados con las restantes instituciones. El estudio presentado no muestra evidencias que atiendan el factor del conocimiento matemático formal como predictor del rendimiento académico y de cómo el tenerlo elaborado ubicaría a los estudiantes en niveles altos de la prueba.

Rendimiento académico en matemáticas: factores contextuales

Ahora se presentan algunas investigaciones que atienden el aspecto contextual del rendimiento académico, estas pretenden determinar o establecer relaciones causales entre los factores del contexto del estudiante y el rendimiento académico, es decir qué factores del contexto se pueden asumir como predictores del rendimiento académico.

Adamuz, N. y Bracho, R (2014) analizan el grado de desarrollo del sentido numérico alcanzado por niños y niñas al final de segundo ciclo de educación primaria tras la utilización de la metodología basada en los denominados algoritmos ABN. Trabajan con un grupo de estudiantes de educación primaria de dos colegios de la provincia de Córdoba. Trabajan con dos grupos, uno control y otro experimental, intervienen en uno de los grupos desarrollando la estrategia de trabajar con los algoritmos flexibles y el otro grupo con los algoritmos tradicionales. Después de la intervención realización del test TEMA-3. Sus resultados muestran que el 45% del alumnado del grupo que siguió la metodología ABN obtuvo niveles de competencia matemática superiores o muy superiores, mientras que ningún niño o niña del grupo de control consiguió alcanzar estos valores. En el análisis conjunto realizado se ha observado que, en general, existen diferencias significativas entre la competencia matemática alcanzada en el grupo de estudiantes que siguieron la metodología basada en los algoritmos ABN y la conseguida en el grupo que siguió la metodología basada en los algoritmos tradicionales. Estas diferencias se han constatado en todos los aspectos de la matemática formal e informal (numeración, comparación, convencionalismo, hechos numéricos y conceptualización y cálculo, tanto formal como informal), para el caso de convencionalismo o escritura y lectura de números es estadísticamente significativa.

Maz y Adrián (2014) analizan si la utilización de materiales manipulativos favorece el desarrollo del sentido numérico en el alumnado de 1º de Educación Primaria en un centro público de Educación Infantil y Primaria en la provincia de Córdoba. Realizan una investigación cuasiexperimental, con intervención, grupo experimental y grupo control. El test aplicado se denomina TEMA-3 (Test de Competencia Matemática Básica). La prueba valora dos aspectos, uno basado en la matemática formal y otro en la informal. Los resultados muestran que en la competencia matemática formal se aprecia diferencia entre el grupo control y el grupo experimental, debido a que este último, tiene mayor desarrollo en todas las competencias, independientemente de la edad; encontrándose las diferencias más destacadas en hechos numéricos y conceptos formales, sin embargo no se hallaron diferencias estadísticamente significativas debidas a la utilización de los materiales manipulativos, por lo tanto se acepta la hipótesis nula. Al ser los datos no significativos no nos permite afirmar que hay diferencia del ICM debido al uso de los materiales manipulativos entre los dos grupos. Podemos inferir que el uso de material manipulable no es factor del rendimiento de los estudiantes. A pesar que en las medias se encontraron diferencias en torno al desarrollo de las matemáticas formales.

García y Bracho (2014) se proponen constatar los efectos del uso sistemático de materiales educativos en el desarrollo del sentido numérico en alumnas y alumnos de Primer Ciclo de E. Primaria. Se realizaron análisis de tipo cuantitativo y cualitativo. Para el análisis de impacto escolar de los materiales en el aprendizaje de los estudiantes se ha utilizado el TEMA-3 (Test of Early Mathematics Ability, 3rd Edition), test de Competencia Matemática Básica (Ginsburg y Baroody, 2007). La población ha estado constituida por el alumnado de un conjunto de colegios de Córdoba y provincia, de los cursos 2010-2011 y 2011-2012, se tomó una muestra intencional y por conveniencia, que estuvo integrada por 333 alumnos de 21 centros educativos de la provincia de Córdoba, España. Se puede determinar que la competencia matemática desarrollada por el grupo de alumnos y alumnas del grupo experimental (grupo constituido por los niños y niñas de los colegios que han seguido la metodología basada en el uso de los materiales didácticos manipulativos) es superior a la desarrollada por el grupo de control. El análisis de los resultados del TEMA-3 en lo referente a los aspectos fundamentales de la matemática formal e informal ofrece diferencias evidentes que resultaron ser significativas en numeración, comparación y cálculo informal, en el caso de la matemática informal, y en hechos numéricos y conceptos formales, en el caso de la matemática formal. Atendiendo a los distintos aspectos del aprendizaje matemático, tras analizar los resultados atendiendo a las distintas variables estudiadas, se observaron diferencias en todos los aspectos de la matemática formal e informal (numeración, comparación, convencionalismo, hechos numéricos y conceptualización y cálculo, tanto formal como informal) y se demostró que dichas diferencias son significativas estadísticamente en todos los casos, excepto en lo relacionado con conceptos informales, en el caso de la matemática informal, y los convencionalismos en el caso de la matemática formal. Más concretamente, se observan diferencias especialmente notables en los conteos avanzados, en ejercicios de dominio de la recta numérica mental, en cálculos informales en los que tan solo el dominio del sistema de numeración decimal y del cálculo mental se percibe como una alternativa mucho más idónea que el uso inadecuado de los algoritmos de cálculo, también en cálculos formales, tanto inmediatos como más complicados, en ejercicios relacionados con descomposiciones diversas de números de varias cifras .

Roque (2009) analiza y verifica si la metodología de la enseñanza de la matemática BRP (aprendizaje basado en problemas) incide en el mejoramiento del rendimiento académico de los estudiantes de la Escuela de Enfermería de la UAP. Se realiza un estudio cuantitativo con Pre Prueba y Post Prueba con un grupo de control, así mismo, se complementó con la técnica de encuesta aplicada a los estudiantes y docentes. Se realiza una intervención con el grupo prueba implementando estrategias de resolución de problemas. Los resultados muestran que existe una diferencia estadísticamente significativa en el nivel del rendimiento académico en el grupo experimental de estudiantes comparando la situación anterior y posterior a la aplicación de la estrategia enseñanza mediante la resolución de problemas. Al comparar los resultados del grupo control con el grupo experimental, se constató que existen diferencias estadísticamente significativas en el nivel del rendimiento académico del grupo de estudiantes que recibió el tratamiento de la estrategia con respecto al grupo de estudiantes al que no se le aplicó dicho tratamiento. Se constató que existe una diferencia estadísticamente significativa en tres de las cuatro dimensiones (Interpreto, Elaboro un Plan, Ejecuto un Plan y Verifico) entre el grupo de estudiantes que recibió la enseñanza de la matemática BRP, con respecto al grupo que no lo recibió. Existe una diferencia estadísticamente significativa en las cuatro dimensiones del Rendimiento Académico: Interpretación, Elaboro un Plan, Ejecuto un Plan, y Verifico, en el Grupo Experimental de estudiantes comparando la situación anterior y posterior a la aplicación de la estrategia de enseñanza mediante la resolución de problemas. La investigación no realiza el estudio de mirar el impacto en el rendimiento académico que tienen los conocimientos matemáticos de los estudiantes.

Espinoza (2006) se propone determinar la existencia de maltrato escolar en establecimientos públicos y privados de la Ciudad de Guatemala y, con base a ello establecer si existe relación entre maltrato escolar y rendimiento académico controlando algunas variables que han sido asociadas a este último. La muestra estuvo compuesta por un total de 500 sujetos –hombres y mujeres- pertenecientes a diferentes estratos sociales y estudiantes del primer grado de secundaria en establecimientos públicos y privados de distintas distritos de la Ciudad de Guatemala. Todos los sujetos completaron nueve escalas que midieron, entre otras variables, el maltrato escolar actual así como algunos factores que afectan el rendimiento y que fueron tomadas como variables de control en esta investigación. Además, todos los sujetos completaron una prueba de rendimiento académico del área de matemática. Los resultados obtenidos indican que hay significativamente mayor exposición a maltrato actual por parte de los profesores en estudiantes de sexo femenino, en cambio, los varones padecieron mayor maltrato en el hogar, actual y pasado, que las mujeres. Los estudiantes en establecimientos privados reportaron niveles significativamente mayores de maltrato emocional en el hogar y por parte del profesorado que los de establecimientos públicos. El análisis de correlación bivariada mostró que cinco de las variables de control se correlacionan en forma positiva (directa) con el rendimiento escolar: la autoestima y la autoconfianza de los estudiantes; el clima escolar (existencia de pandillas dentro y alrededor del centro educativo, calidad de las instalaciones y mobiliario), el clima del aula (determinado por el estilo docente), y el estatus socioeconómico del hogar al que pertenecen los estudiantes. El análisis de correlación bivariada no presentó una asociación significativa con el rendimiento escolar, como tampoco se correlacionó significativamente el maltrato escolar pasado. Este estudio no mira los conocimientos formales de las matemáticas en relación con el rendimiento académico.

Rendón y Navarro (2007) se proponen determinar un modelo explicativo del rendimiento académico, introduciendo predictores en los diferentes niveles de análisis para tratar de explicar la varianza en el logro de los alumnos, además de conocer cuáles son los factores que influyen de forma determinante en este logro. Para el estudio se toman los datos de los estudiantes españoles obtenidos en la evaluación internacional PISA 2003. El análisis muestra que el rendimiento en matemáticas de los alumnos que participaron en el estudio PISA 2003 está condicionado positivamente por diversos factores. Su rendimiento aumentará 16’5 puntos si acuden a centros privados, en cambio, aumentará 15 puntos si van a escuelas concertadas. Además, el género también afecta al logro en matemáticas, los chicos obtienen 11’7 puntos de media más que las chicas. El número de libros tienen una gran influencia en el rendimiento en matemáticas 16 y 15’4 puntos, respectivamente. Finalmente, el tamaño del centro también afecta al logro, aunque en menor medida (0’01puntos). No obstante, los estudios del padre tienen una influencia negativa cuando el estatus socioeconómico y cultural de los alumnos es medio. Las variables de evaluación del profesorado, estudios de la madre y el número de horas semanales dedicados a estudiar matemáticas no tienen una influencia significativa en el rendimiento. La investigación no atiende el conocimiento matemático formal como predictor del rendimiento académico.

Sánchez (2011) en su investigación se propone el objetivo de probar la existencia de una brecha en el rendimiento académico de los estudiantes étnicos con respecto a los no étnicos, y descomponerla en los factores relacionados con las características observables individuales de los estudiantes, así como con los no observables. El análisis estadístico se realiza sobre los resultados de la prueba SABER 11° del segundo año del 2010 y se retoman los resultados de las áreas de matemáticas y lenguaje. El análisis muestra que el rendimiento académico de los estudiantes étnicos en Colombia es inferior que el de los estudiantes no étnicos. En el área de matemáticas, dicha diferencia asciende a 4.05 puntos negativos para los estudiantes étnicos, y es estadísticamente significativa a cualquier nivel de significancia. La educación de la madre es el factor con mayor influencia sobre el desempeño académico de los estudiantes, tanto étnicos como no étnicos. Específicamente, a medida que el nivel educativo de la madre aumenta, lo mismo sucede con el puntaje obtenido por el estudiante en ambas áreas. Sin embargo, en el área de matemáticas dicho efecto es mayor para los estudiantes no étnicos. El ingreso mensual del hogar influye positivamente sobre el desempeño académico de los estudiantes, aunque en una menor proporción. Respecto al género se encuentra que las mujeres obtienen, en promedio, menores puntajes que lo hombres, independientemente del grupo que se analice. Sin embargo, la diferencia en el puntaje, atribuible al género, es menor entre estudiantes étnicos. Otras variables que afectan el rendimiento académico del estudiante son el área en que vive, si trabaja, la jornada escolar y el número de personas que conforman el núcleo familiar. De manera general se encontró que los determinantes y predictores del rendimiento académico en las áreas estudiadas son la educación de la madre, el ingreso familiar mensual y la calidad del colegio de donde provienen, siendo la educación de la madre el factor de mayor importancia. La investigación no mira el desarrollo de los conocimientos matemáticos formales de los estudiantes y su impacto en el rendimiento académico.

Zambrano (2012) identifica los factores demográficos, socioeconómicos propios del alumno individual y de su familia que afectan el nivel y la distribución del rendimiento académico, para ello analiza el rendimiento escolar en matemáticas para cuarto grado de educación básica primaria en Colombia usando los datos de las pruebas TIMSS 2007. Realizó un análisis multinivel con datos de 3069 estudiantes pertenecientes a 142 escuelas para determinar los factores familiares, escolares, las condiciones socioeconómicas de los estudiantes, las prácticas y métodos pedagógicos utilizados que inciden en el alcance de los logros educativos en el área de matemáticas. Se Identificó un impacto fuerte de la variable sexo del estudiante sobre los resultados obtenidos en las pruebas TIMSS (2007), este efecto produce un mayor rendimiento en el alcance de logros en matemáticas para los niños en comparación al rendimiento logrado por las niñas. El hecho de poseer computador en los hogares de los estudiantes representa un efecto positivo en el alcance de logros en matemáticas. Se pudo verificar que unas mejores características de la escuela y del aula tienen un efecto positivo y significativo sobre los rendimientos en matemáticas de los estudiantes. De igual forma, una escuela que se encuentre ubicada en zona urbana y que sea de tipo privado tiene mayores posibilidades de tener mejores calificaciones promedio de sus estudiantes en las pruebas TIMSS. De todas las variables incluidas en el estudio las de mayor impacto sobre el alcance de logros en matemáticas son en su orden: El tipo de escuela, Gusto por la matemática, Zona y Gusto por la escuela.

Rendimiento académico en matemáticas: factores individuales o personales

El rastreo también muestra investigaciones que se realizan para determinar los factores personales o individuales que afectan o predicen el rendimiento académico de los estudiantes. Molina y Rada (2013) se propusieron determinar la relación entre el nivel de pensamiento formal y el rendimiento académico en matemáticas de los estudiantes de media vocacional del Distrito de Barranquilla, para ello realizaron un estudio cuantitativo de carácter correlacional, los sujetos participantes (196) eran estudiantes de sexo femenino y masculino, con edades entre 15 y 17 años, matriculados en los grados de educación media vocacional de tres instituciones públicas del Distrito de Barranquilla durante el año escolar 2011. La muestra fue tomada de manera aleatoria, tomándose al azar uno de los cursos de décimo y uno de los cursos de undécimo grado de las instituciones. En el estudio se utilizaron las planillas de calificaciones de los estudiantes en matemáticas para el período académico 2011. Se hizo uso de una prueba de pensamiento lógico conocido como "TOLT", por sus siglas en inglés (Test of Logical Thinking); test diseñado y validado por Tobin y Capie (1981). El segundo instrumento empleado, basado en los postulados piagetianos, fue la prueba Vasco, test desarrollado por Vasco (1981) y constituido por ocho ítems que tienen el propósito de explorar la capacidad hipotético-deductiva del pensamiento formal. En el estudio se encontró que el 98% de los estudiantes de la muestra no tienen un pensamiento formal. La correlación de Spearman realizada entre las variables competencia académica matemática y el pensamiento formal ($r=.165$, $p<0,05$), mostró que existe una relación significativa y positiva. En el estudio se encontró que existe una correlación significativa y positiva entre el nivel de razonamiento formal y el rendimiento académico en matemáticas en toda la muestra. Los resultados registran que en la prueba TOLT, los estudiantes de décimo grado reportan la existencia de una relación significativa y positiva. Lo contrario sucede con los estudiantes de undécimo grado, quienes registraron una correlación negativa en las variables mencionadas. Los jóvenes de 10º y 11º que cuentan con un desempeño formal, reflejan un mejor rendimiento académico en matemáticas. Si bien es cierto que se estudia el pensamiento formal, no se hace lo mismo con los conocimientos de las matemáticas formales que tienen los estudiantes y su relación con el rendimiento académico.

Villarroel, Jiménez, Rodríguez, Peake y Bisschop (2013) realizaron una investigación para analizar la escritura de números de unidades, decenas y centenas en función del nivel de rendimiento en matemáticas. Para este estudio la muestra inicial fue de 325 niños con edades comprendidas entre 7 y 9 años de edad, que fueron seleccionados en función de su rendimiento en matemáticas formando cuatro grupos: DAM (Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas), rendimiento bajo, rendimiento promedio y rendimiento alto. La muestra fue seleccionada de cinco colegios públicos y concertados ubicados en los municipios de Santa Cruz de Tenerife, La Laguna y La Orotava de la provincia de Santa Cruz de Tenerife. Los evaluaron con Módulos de la Batería de Evaluación de las Competencias Básicas y Cognitivas en matemáticas a través de ordenador THALES-D. En su estudio se pone de manifiesto que la escritura de unidades, decenas y centenas permite diferenciar al grupo DAM del grupo con rendimiento alto. Específicamente, la escritura de centenas es la variable que logra discriminar entre el grupo DAM y el resto de los grupos. Para los investigadores, la falta de exactitud para escribir centenas en el primer ciclo de educación primaria podría ser un indicador de un problema en el procesamiento numérico que podría tener repercusiones en el rendimiento matemático posterior, ya que es capaz de discriminar a los niños con DAM de los niños con rendimiento matemático superior. En particular, al analizar los errores léxicos en todos los grupos se observa que la cantidad de errores de codificación literal de la partícula sintáctica, inversión y omisión son más frecuentes en los grupos DAM y bajo rendimiento que en los grupos con rendimiento promedio y rendimiento alto, en donde prácticamente no aparecen lo que sugiere que estos tipos de errores podrán ser típicos en niños con bajo rendimiento en las matemáticas. También encontraron que la habilidad de escritura de números está relacionada con la adquisición de habilidades de mayor complejidad y tiene una influencia en el rendimiento en aritmética.

Bermejo y Blanco (2009) trabajaron con tres grupos de niños de 3.º de E.P, uno con dificultades de aprendizaje en matemáticas (DAM) que tenía además un nivel lector bajo

(DAM-DL), otro con dificultades de aprendizaje en matemáticas y un nivel lector aceptable (DAM), y un tercero formado por niños sin dificultades. A estos niños les aplicaron la Prueba Evolutivo-Curricular de Matemáticas de Tordesillas (PRECUMAT) que está compuesta de ítems que miden numeración escrita, conteo, cálculo, sentido del número, problemas verbales, hechos numéricos y relaciones conceptuales y estimación, y un Test de análisis de lectoescritura –TALE– de Toro y Cervera. Los resultados de su investigación muestran que los grupos con dificultades de aprendizaje obtienen rendimientos significativamente inferiores a los niños sin dificultades en general. Por otra parte, los niños DAM alcanzan puntuaciones más altas que los DAM-DL en conteo, lectura y escritura de números, cálculo, hechos numéricos, sentido del número, problemas verbales y relaciones conceptuales, pero lo hacen de forma significativa en conteo, lectura y escritura de números. Los dos grupos de alumnos con DAM también se diferencian entre sí, siendo la ejecución de los niños con un nivel lector bajo inferior en todas las pruebas matemáticas, y estadísticamente significativa en las de conteo, escritura y lectura de números. Ellos comprueban que los niños DAM, con nivel lector bajo o normal, presentan una ejecución significativamente inferior a la de los niños sin dificultades en todas las tareas propuestas. Ahora bien, la asociación de las DAM con un nivel lector bajo hace que estos niños tengan un rendimiento todavía más deficiente. Además, cuando se analizan las diferencias por tareas, la ejecución de los niños con DAM y nivel lector bajo resulta significativamente más baja en conteo, escritura y lectura de números que en los otros dos grupos. Es decir el rendimiento de los niños con DAM y problemas de lectura es inferior a los niños sin estas dificultades.

González, P., Rodríguez, C., Cueli, M., Cabeza, L. & Álvarez, L (2014), realizan una investigación para analizar qué competencias matemáticas y qué habilidades del ejecutivo central (atención) presentaban estudiantes, clasificados con DAH (Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad) +DAM (Dificultades de aprendizaje de las matemáticas), con TDAH, con DAM, y sin dificultades ni TDAH como grupo comparativo. Plantearon un diseño descriptivo ex post facto, con dos instrumentos de evaluación, el TEMA 3 y el TOVA. Se trabajó con una muestra de 288 estudiantes con edades comprendidas entre los 6 y los 9 años. Dicha muestra estuvo formada según el diseño en 4 grupos, 72 diagnosticados con TDAH (grupo TDAH), 62 diagnosticados con DAM (Grupo DAM), 82 diagnosticados con TDAH y DAM (grupo TDAH+DAM) y un grupo de comparación de alumnos sin TDAH ni DAM (grupo COM) compuesto por 72 sujetos. Los resultados encontrados en la variable competencias formales sitúan claramente las diferencias estadísticamente significativas en la variable conocimiento de convencionalismos, los alumnos DAM tienen mayores dificultades para asociar el símbolo al concepto de referencia y llegar a un resultado sencillo sin realizar la operación de cálculo matemático.

Ortiz y Gravini (2012) establecen el objetivo de determinar el nivel de competencia matemática en niños en edad preescolar. Es un estudio descriptivo de corte transversal, con una muestra de 116 niños y niñas del grado transición de las instituciones públicas y privadas del distrito de Santa Marta. El instrumento utilizado fue el Test de Competencia Matemática Básica, Tema 3, diseñado por Ginsburg y Baroody, en su adaptación española. Los resultados muestran que la Competencia Matemática se encuentra desarrollada en un nivel medio en la muestra estudiada; no se da diferencia significativa en el nivel de desempeño entre niños y niñas; los colegios públicos se ubican por debajo del nivel de destreza en cada una de las pruebas, el desempeño para las pruebas de Hechos Numéricos y Cálculo en pensamiento formal se ubica en 0% para los colegios públicos. El hecho de no mostrar mayores destrezas y habilidades en el aprendizaje de las matemáticas en esta edad tiene implicaciones y consecuencias importantes en el rendimiento académico posterior. Si bien en la investigación no mira el aspecto del rendimiento académico de manera explícita si nos da serias indicaciones de los pobres niveles de desempeño en la competencias de matemáticas formales que tiene la muestra y como tal las repercusiones en el ámbito del rendimiento académico, particularmente llama la atención que los niños de establecimientos públicos desarrollen menos la competencia matemática, lo que indica que el asunto obedece más a factores externos que internos del estudiante.

Núñez y Pascual (2011) se proponen detectar alumnos con rendimientos significativamente por encima o por debajo de la media de su curso de referencia, ilustrando cómo derivar orientaciones para la intervención que se adapten específicamente a sus necesidades individuales, con el objetivo de promover la optimización de su nivel de rendimiento, en función del perfil concreto mostrado. La muestra, extraída de forma incidental, está compuesta por 55 alumnos escolarizados en un centro concertado del área Metropolitana de Madrid, constituyendo dos grupos naturales de aula de 3º de EI. La edad cronológica estaba comprendida entre los valores 5.38 y 6.58, siendo el 54.5% niños y el 45.5% niñas. Se aplicaron las pruebas TEMA-3 (Ginsburg; Baroody, 2007) y BADyG-1 (Batería de Aptitudes Diferenciales y Generales; YUSTE, 2001). Además se pidió a los profesores la calificación del nivel de rendimiento general de cada alumno en relación a la habilidad aritmética en una escala de 1 a 10 puntos. Los resultados muestran que hay un predominio de la categoría de rendimiento "medio" (110 ≥ ICM ≥ 90; 45.45%), seguido por las categorías de "inferior a la media" (89 ≥ ICM ≥ 80; 21.82%) y "superior a la media" (120 ≥ ICM ≥ 111; 12.73%); el porcentaje restante se encuentra muy repartido en tres categorías: "superior" (130 ≥ ICM ≥ 121; 5.45%), "pobre" (79 ≥ ICM ≥ 70; 10.91%) y "muy pobre" (ICM < 70; 3.64%). Con relación a las habilidades informales de la competencia matemática manifiestan, como grupo, fortalezas en el uso de estrategias de conteo avanzadas aplicadas a la solución de planteamientos de situaciones verbales (saben las ventajas de contar a partir del mayor de los sumandos), mientras que sus debilidades afectan a limitaciones para recitar la serie inversa desde 10 y valorar cuál es el mayor entre dos dígitos consecutivos entre 5 y 10. En el desarrollo de las habilidades formales, como grupo, no se aprecian claras fortalezas, manifestándose en la evaluación actual ciertas dificultades en la lectura de cantidades entre 10 y 19. La correlación más alta se encontró en los resultados en el TEMA-3 y la calificación en matemáticas ($r = .769$, $p < 0.01$). El estudio no establece relaciones entre el rendimiento académico de las matemáticas y cada una de las categorías de las matemáticas formales.

Mato y Muñoz (2010) presentan una investigación en donde determinan los efectos de las variables actitud y ansiedad en el rendimiento matemático de alumnos de Educación Secundaria Obligatoria, pertenecientes a diferentes colegios públicos y concertados. Para ello se aplica un cuestionario de actitud y otro de ansiedad a una muestra de 1220 alumnos. Se analizan las asociaciones e influencias de las variables (ansiedad y actitud) respecto al rendimiento mediante la correlación de Pearson y el procedimiento de regresión múltiple. Se utilizó un análisis de varianza (ANOVA). Se observó que existían diferencias significativas en cuanto al factor "agrado y utilidad de las matemáticas" respecto a todas las categorías del rendimiento. Se observó que la actitud y la calificación de los alumnos tiene una correlación positiva y relativamente alta y significativa (,791); es decir que a medida que la actitud es más positiva los sujetos obtienen mayores calificaciones. Respecto a la ansiedad y el rendimiento, se produce una relación inversa, es decir, a medida que la ansiedad aumenta el rendimiento disminuye. Se encontró que las calificaciones aumentan cuando es mayor el “agrado y la utilidad de las matemáticas” y la “actitud del profesor percibida por el alumno”. De manera general se encontró que La actitud tiene una correlación positiva con las calificaciones, por el contrario, la ansiedad y el rendimiento tienen una correlación inversa y actitud y ansiedad correlacionan de forma negativa. No se estudia el conocimiento de las matemáticas que tienen los estudiantes y cómo afecta el rendimiento académico.

Otra investigación que estudia factores personales del rendimiento académico es la de Pérez, Cupani y Ayllón (2005) ellos se proponen estudiar la contribución de las aptitudes, las creencias de autoeficacia y el rasgo de personalidad en la predicción del rendimiento académico en Lengua y Matemática. La muestra de investigación estuvo compuesta por 176 estudiantes de ambos sexos (mujeres 64%, varones 36%), que estaban cursando el último año del Ciclo de Especialización del nivel educativo medio en cuatro de sus cinco orientaciones: Economía y Gestión (N = 35), Humanidades y Ciencias Sociales (N = 90), Ciencias Naturales (N = 35) y Arte (N =16) de la ciudad de Córdoba, Argentina. Las edades de estos estudiantes variaron entre 16 y 20 años. Se utilizaron El Test de Aptitudes Diferenciales, DAT–5, (Bennet, Seashore & Wesman, 2000) que evalúa ocho aptitudes: Razonamiento Verbal, Razonamiento Numérico, Razonamiento Abstracto, Rapidez y Exactitud Perceptiva, Razonamiento Mecánico, Relaciones Espaciales, Ortografía y Uso del Lenguaje. En esta investigación se utilizaron los puntajes adicionados de los subtest de Razonamiento Verbal y Razonamiento Numérico como indicadores de Aptitud General. El Inventario de Autoeficacia para Inteligencias Múltiples Revisado (IAMI-R) incluye 72 ítems que representan actividades relacionadas con las ocho inteligencias propuestas por Gardner (1999). El 16PF-IPIP (Cupani & Pérez, 2004) comprende 163 ítems construidos para medir 16 escalas primarias (Calidez, Intelecto, Estabilidad Asertividad, Gregarismo, Obediencia, Amigabilidad, Sensibilidad, Confianza Imaginación, Apertura, Autoestima, Complejidad, Sociabilidad, Perfeccionismo y Calma) y 5 de segundo orden relacionadas con los cinco grandes factores de personalidad (Extraversión, Amabilidad, Responsabilidad, Neuroticismo y Apertura a la experiencia. En su estudio encontraron que las escalas de autoeficacia lógico- mátemática (IAMI), el índice de aptitud general (DAT) y la escala Responsabilidad (16PF) correlacionan moderadamente con las variables de rendimiento académico. Los resultados obtenidos sugieren que la Aptitud Cognitiva General (operacionalizada por las variables Razonamiento Verbal y Razonamiento Numérico del DAT-5) es el predictor más fuerte de nuestro modelo explicativo de rendimiento académico en el nivel educativo medio, en Lengua y Matemática. Las escalas de autoeficacia contribuyen positivamente a incrementar la explicación de Rendimiento Académico cuando los efectos de Aptitud son controlados, en particular la escala Lógico matemática en relación al rendimiento académico en matemática, y en menor medida, la escala Lingüística para el rendimiento en Lengua. Ningún rasgo de personalidad permite mejorar significativamente la explicación del rendimiento en Matemática realizada por Aptitud General y Autoeficacia Lógico-Matemática. La investigación no muestra resultados de la predicción sobre el rendimiento académico que tendría el conocimiento matemático formal de los estudiantes.

Miñano y Castejón (2011) someten a prueba un modelo estructural acerca de las variables cognitivo-motivacionales explicativas del rendimiento académico en Lengua Castellana y Matemáticas en el que se incluyen como variables predictoras el rendimiento anterior, las aptitudes, el autoconcepto académico, las atribuciones causales, las orientaciones de meta y las estrategias de aprendizaje. En el estudio formaron parte un total de 341 estudiantes, de los cuales, el 51% eran chicas y el 49% chicos, estudiantes de primer curso de Educación Secundaria Obligatoria de distintos centros públicos y concertados de la provincia de Alicante. Se ha utilizado el BADyG-M Renovado (Batería de Aptitudes Generales y Diferenciales) de Yuste, Martínez y Galve (2005). El autoconcepto académico ha sido medido utilizando la Escala de Evaluación del Autoconcepto para Adolescentes ESEA-2, realizada por González-Pienda et al. (2002). Las Orientaciones de meta han sido evaluadas a partir del cuestionario de Motivación hacia el Aprendizaje MAPE de Alonso y Sánchez (1992a), las atribuciones causales se evalúan a partir de los siete factores que componen la escala EAT (Estilos Atributivos) de Alonso y Sánchez (1992b) y las Estrategias de aprendizaje empleando el Cuestionario de Estrategias de Aprendizaje CEA) elaborado por Beltrán, Pérez y Ortega (2006). Los resultados en relación con el área de matemáticas muestran que en cuanto a los efectos directos, los coeficientes de regresión fueron significativos en la práctica totalidad de las relaciones establecidas, a excepción de los pares internalización del fracaso-metas de aprendizaje, autoconcepto matemático-metas de rendimiento y metas de rendimiento-estrategias de aprendizaje. En primer lugar, el efecto más significativo fue el producido por el rendimiento anterior sobre el rendimiento final ($ß = .646$, $p = .000$), seguido del correspondiente a la aptitud matemática sobre el rendimiento anterior ($ß = .542$, $p = .000$) y al rendimiento anterior sobre el autoconcepto matemático ($ß = .456$, $p = .000$). Igualmente, fueron negativos los efectos producidos por el rendimiento anterior ($ß= –.315$, $p= .000$), el autoconcepto ($ß = –.153$, $p = .005$) y la aptitud matemática ($ß = –.084$, $p = .040$) sobre la indefensión, así como los ejercidos por el rendimiento anterior sobre las orientaciones de meta ($ß = –.200$, $p = .000$; $ß = –.173$, $p = .003$). Por su parte destacaron los efectos indirectos que, en este caso, la aptitud matemática realizó sobre el autoconcepto matemático, las atribuciones causales, la orientación hacia metas de rendimiento y el rendimiento final a través del rendimiento anterior. Del mismo modo, el rendimiento anterior influyó indirectamente en las atribuciones causales y en la orientación hacia metas de aprendizaje a través del autoconcepto matemático, mientras que el autoconcepto matemático lo hizo sobre esta última, las estrategias de aprendizaje y el rendimiento final a través de las atribuciones, las metas y las estrategias de aprendizaje, respectivamente. Finalmente, las atribuciones causales alcanzaron significación en la relación indirecta con las estrategias y con el rendimiento final, mientras que las orientaciones de meta lo hicieron sólo con este último. Los autores concluyen que el rendimiento anterior ha ejercido un efecto directo sobre la práctica totalidad de variables del modelo, siendo el realizado sobre el rendimiento final el que ha alcanzado los mayores valores de predicción en las dos áreas, que sólo los alumnos de rendimiento inicial elevado con un autoconcepto específico positivo se orientan hacia el aprendizaje, tanto en área de Lengua como en Matemáticas. El conjunto de variables cognitivo-motivacionales consideradas en el estudio explican, en gran medida, el rendimiento académico de los alumnos de primer curso de educación, si bien las aptitudes y la inteligencia general constituyen una variable clave en la predicción del rendimiento académico de los alumnos, el poder y el establecimiento de ésta como la prácticamente única y más importante variable predictora, da paso a la consideración de otras que modulan sus efectos, y que en conjunto llegan a explicar, casi en la misma medida, el rendimiento escolar de los estudiantes. Esta investigación nos muestra que el conocimiento previo traducido en rendimiento anterior es el mayor predictor del rendimiento académico de los estudiantes, si atendemos el nivel escolar de los estudiantes podemos decir que el conocimiento de las matemáticas formales se muestra como predictor del rendimiento académico. La investigación no establece categorías dentro del rendimiento académico anterior, para diferenciar entre cálculos formales y dominios conceptuales y su impacto en el rendimiento académico.

López, Avila y Camargo (2013) determinan el papel predictor de la atención selectiva y las funciones ejecutivas como predictores del conocimiento matemático informal. La investigación se desarrolló mediante un enfoque cuantitativo, y diseño correlacional – Predictivo. Con una variable criterio (conocimiento matemático informal) y dos variables predictoras (atención Selectiva y Funciones Ejecutivas). La muestra estuvo conformada por 350 estudiantes del grado de Transición pertenecientes a colegios públicos de estratos 1 y 2 de las ciudades de Barranquilla, Santa Marta y Cartagena, quienes se seleccionaron a partir de un muestreo aleatorio. Los instrumentos utilizados para evaluar las diferentes variables fueron, la prueba TEMA-3 para evaluar el conocimiento matemático informal; las sub pruebas Atención Auditiva, Inhibición, Memoria para diseños y demora en la memoria para diseños; la prueba Nepsy II para evaluar la atención selectiva y las funciones ejecutivas. Los resultados mostraron un aumento significativo a lo largo del tiempo en el desempeño de los estudiantes en las tareas de matemática informal. En relación con las matemáticas informales los resultados mostraron que los niños con mayor capacidad de atención presentaron mejores habilidades matemáticas en la primera medida (coeficiente estandarizado = ,259; $p < ,05$). Los datos arrojados en los análisis con respecto a la inhibición en relación con las matemáticas informales mostraron que los niños con mayor capacidad de inhibición presentaron mejores habilidades matemáticas en la primera toma de datos (coeficiente estandarizado = ,269; $p < ,05$). Por otro lado los resultados mostraron que los niños con mayor capacidad de memoria viso- espacial de corto plazo, presentaron mejores habilidades matemáticas en la primera toma de datos (coeficiente estandarizado = ,113; $p < ,05$). Es decir que los niños con mayor capacidad de atención, inhibición y memoria viso-espacial de corto plazo, presentaron mejores habilidades matemáticas en la primera toma de datos. Se encuentra que las funciones ejecutivas, contribuyen a un mejor desempeño en las matemáticas, puesto que, cada una de las variables analizadas en este estudio que componen las funciones ejecutivas contribuyó a las matemáticas informales, así los niños que tuvieron mejores habilidades en la atención, al igual que en la inhibición y en la memoria de trabajo viso espacial, les fue mucho mejor en su desempeño matemático informal. El estudio no mira el impacto de la atención selectiva y las funciones ejecutivas en el desarrollo de las matemáticas formales y como predictoras del rendimiento académico, tampoco estudia el conocimiento matemático formal como predictor del rendimiento académico.

Obredor (2015) se propone determinar el papel predictor que tendrían las funciones ejecutivas en el desempeño académico en las áreas de matemática y lenguajes, en una muestra no probabilística de 60 estudiantes de una escuela pública en Barranquilla. Se trabajó bajo el paradigma empírico analítico, desde un método cuantitativo, con temporalidad y diseño Ex post facto Retrospectivo, donde fue necesario utilizar como instrumentos la Evaluación Neuropsicológica de las Funciones Ejecutivas en Niños (ENFEN) y el Cuestionario de Evaluación de los Problemas de Aprendizaje (CEPA) de las que se tomaron las puntuaciones directas que fueron analizadas bajo el modelo de análisis de regresión lineal múltiple. El desempeño académico de matemáticas y lenguaje en los estudiantes de tercer grado de educación básica primaria se midió a través del reporte de notas. El análisis muestra que la mitad de los estudiantes, para el caso de matemáticas, y más de la mitad de los estudiantes, para el caso de lenguaje, presentan un desempeño básico lo cual indica según el sistema institucional que es posible que estos tengan un conocimiento regular de los temas tratados en clase y no muestra un avance significativo en el desarrollo de las competencias. Al hacer el análisis correlacional entre las puntuaciones directas de la prueba que evalúa funciones ejecutivas y desempeño académico de matemáticas y lenguaje, entre la muestra estudiada, no se encontraron correlaciones estadísticamente significativas. Al realizar el análisis de regresión lineal múltiple del desempeño académico en matemáticas y lenguaje como variable dependiente y tomando como posibles predictores el ENFEN enfatizando en las funciones ejecutivas: fluidez fonológica, fluidez semántica, se observa que, el modelo no fue estadísticamente significativo, las funciones ejecutivas evaluadas, no inciden de forma estadísticamente significativa como variables predictores en la estimación del desempeño académico de matemáticas y lenguaje confirmando de esta manera la hipótesis nula.

Planteamiento del Problema

Las dinámicas sociales y particularmente las económicas, hacen que la ciencia, tecnología y desarrollo productivo se integren, lo que genera necesidades educativas que la familia y la sociedad por métodos de transmisión oral no puedan suplir, de allí que la escuela se asuma como el espacio encargado de hacerlo. Dentro de las necesidades educativas que la sociedad demanda a la escuela y que permiten incorporarnos en ella en muchos aspectos, está la de contribuir con la construcción de formas de pensamiento lógico matemáticas para interpretar, comprender y actuar en múltiples procesos productivos que se dinamizan bajo la lógica de las ciencias y de las matemáticas, de allí que la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se hagan esenciales para las sociedades de occidente.

Dada la importancia de la educación y de las matemáticas aparece todo un sistema de control y vigilancia que en el sistema educativo y en la escuela se traducen en evaluación y en preocupación por el rendimiento académico, de allí que día a día se incrementen los procesos evaluativos institucionales, nacionales e internacionales. Evaluaciones que permiten conocer los procesos académicos con la intención de mejorarlos. Es de anotar que las evaluaciones no constituyen el único medio para dar cuenta de la calidad de la educación, otro medio es la investigación, particularmente la investigación sobre rendimiento académico y sus factores asociados.

En las últimas décadas Colombia ha venido participando en procesos de evaluación internacional en el campo del aprendizaje de las matemáticas, llámese logros, competencias o alfabetización matemática. Dentro de las evaluaciones internacionales Colombia ha participado en tres mediciones del Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA) por su sigla en inglés), una en 2006, otra en 2009 y la más reciente en 2012. PISA es un proyecto que la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) desarrolla desde finales de la década de los años 1990, con el objetivo de evaluar qué tan bien preparados están los estudiantes de 15 años de edad para enfrentar los retos de la vida adulta. PISA evalúa las competencias de los estudiantes en matemáticas, lectura y ciencias naturales. PISA genera dos tipos de resultados: el puntaje promedio de cada país en cada una de las áreas evaluadas y el porcentaje de estudiantes que se ubican en cada uno de los niveles de desempeño. En PISA no existen puntajes mínimos o máximos (matemática con una media de 500 puntos). Los resultados de PISA 2012 indican que en matemáticas, el puntaje de Colombia (376) es inferior a los obtenidos por 61 países, de los 65, y no es estadísticamente diferente de los observados en los países que obtuvieron los tres puntajes más bajos: Catar, Indonesia y Perú. En cuanto a niveles de competencia, el análisis se concentra en los porcentajes de estudiantes que se ubican en los niveles 5 y 6 (desempeño superior); en aquellos que están en el nivel 2, que es, según PISA, el nivel de competencia básico y en aquellos que no alcanzan el nivel 2. De los estudiantes colombianos el 74% se ubicó por debajo del nivel 2 y el 18%, en el nivel 2. Esto quiere decir que solo dos de cada diez estudiantes pueden hacer interpretaciones literales de los resultados de problemas matemáticos; además, emplean algoritmos básicos, fórmulas, procedimientos o convenciones para resolver problemas de números enteros, e interpretan y reconocen situaciones en contextos que requieren una inferencia directa. En contraste, apenas 3 de cada mil alcanzaron los niveles 5 y 6. Quienes están en estos niveles tienen pensamiento y razonamiento matemático avanzados: pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias de resolución de problemas; conceptúan, generalizan y utilizan información; aplican conocimientos en contextos poco estandarizados; reflexionan sobre su trabajo y pueden formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos (ICFES, 2013). Los resultados son preocupantes porque reflejan el bajo rendimiento de los estudiantes colombianos en Matemáticas.

Otra evaluación en la que participó Colombia es el Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE), que es una iniciativa del Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE) en conjunto con sus países miembros. Este estudio busca evaluar los logros de aprendizaje de estudiantes de tercer y sexto grado e identificar los factores asociados a dichos logros en diferentes áreas del conocimiento entre ellas matemáticas. Se entregan dos resultados, uno es el de las puntuaciones medias y errores estándar (escala de 700 puntos y desviación típica de 100). El otro resultado es el de los niveles de desempeño. En Matemáticas de 3° Colombia se ubicó en la media regional al lado del ecuador y por debajo de 9 de los países evaluados (de un total de 15). En 6° también se ubica en la media regional. En Cuanto a niveles de desempeño la prueba tiene 4 niveles que atienden a la puntuación presentada y aumentan en complejidad tanto para los ejes como para los procesos. Colombia en 3° de matemáticas, en el nivel 1 tiene al 48%, en el dos al 27,7%, en el nivel 3 al 19,7% y en el nivel 4 al 4,6%. Preocupa que Colombia tenga un poco más del 75% de sus estudiantes en los dos niveles más bajos de la prueba y que solo el 4,7% se ubique en el nivel superior. Lo que indica niveles de competencias y de desempeño académico bajos, aunque haya mejorado de la prueba anterior a la que se presenta.

Colombia participó por tercera vez en el año 2007 en el Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS, por sus siglas en inglés), este estudio tiene como propósito medir las tendencias en el rendimiento de los estudiantes de cuarto y octavo grados en matemáticas y ciencias. Los resultados de TIMSS se expresan en puntajes promedio y en niveles de desempeño. Se estableció un promedio TIMSS de 500 puntos a partir del cual se ordenaron los países. Tanto en matemáticas como en ciencias, en ambos grados, los estudiantes de los países asiáticos (Hong Kong, Singapur, Corea, Taipéi y Japón) tuvieron los promedios más altos. Colombia al lado de otros países se ubicó en los promedios más bajos, por debajo del promedio TIMMS. En cuarto grado el promedio de Colombia fue de 355, frente a 607 de Hong Kong, el país con mejor resultado; en octavo éste fue de 380; mientras que Taipéi obtuvo un promedio de 598 puntos. Respecto a los niveles de desempeño, de los estudiantes de 4° ninguno alcanzó el nivel más alto, solo el 2% llegó al alto, el 7% al medio y el 69% no alcanzó el nivel mínimo. En octavo ningún estudiante se ubicó en el nivel avanzado; únicamente el 2% logró ubicarse en el nivel alto y el 9% en el medio. El 61% no alcanzó el nivel mínimo. Si bien TIMMS relaciona los resultados con algunos factores socioeconómicos y aplica una encuesta de contenidos curriculares en donde a los estudiantes colombianos de 4° se les enseñó el 70% de los contenidos evaluados y a los de 8° el 76%, (Contraloría Nacional, 2014) no aparece la información que establezca el impacto de los conocimientos matemáticos formales aprendidos en el rendimiento académico.

De los estudios internacionales analizados, que han sido los últimos en los que Colombia ha participado en el campo de las matemáticas y restringiendo el análisis a mostrar los promedios generales y sin ver los factores ambientales que de alguna manera los explican, podemos decir que los estudiantes colombianos tienen niveles de competencias bajos. La Contraloría General de la Nación (2014) nos dice que los resultados de los estudios internacionales revelan que los puntajes promedio de los estudiantes colombianos son muy bajos y están por debajo de los promedios correspondientes y lejos de los promedios de los países de mejor desempeño. Especialmente críticos son los resultados en el TIMSS (2007) y el PISA (2012).

El Ministerio de Educación Nacional dentro de su política de calidad viene complejizando los procesos de evaluación de las instituciones y de los estudiantes, dentro de estas políticas ha diseñado y ejecutado el Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE), más que una herramienta es un proceso de medición que permite evaluar cuatro aspectos que afectan la calidad de la educación: progreso, desempeño, eficiencia, ambiente escolar. Los resultados se dan en una escala de 1 a 10. Además de la información institucional se da una que consolida a las regiones, siendo la región Caribe la que ocupa el último lugar con un ISCE de 4,3 (MEN, 2015).

Además el ICFES cada año viene realizando evaluaciones en diferentes grados, denominadas Pruebas SABER, en los últimos años se ha evaluado en 3°, 5°, 9° y 11° en diferentes áreas, el ICFES presenta los resultados institucionales, regionales, locales, institucionales y en la prueba de 11° los resultados personales. El ICFES también realiza evaluaciones en la educación Superior denominadas Pruebas SABER PRO. Por cuestiones de de pertinencia se realizará un análisis de los resultados de la Prueba SABER 3° de matemáticas para el municipio de Malambo del departamento del Atlántico, por estar allí ubicadas las instituciones sobre las que se realizó el estudio. La prueba arroja diferentes resultados, se presentan dos de ellos: porcentajes de estudiantes ubicados en cada uno de los niveles de competencias, porcentajes de estudiantes ubicados en los niveles atendiendo el nivel socioeconómico. Para los estudiantes de 3° del municipio de Malambo en el área de matemáticas, los resultados muestran que el 22% se encuentran en el nivel insuficiente (son los que no realizan los problemas más fáciles de la prueba), el 28% se ubica en el nivel mínimo (los que realizan los problemas más fáciles), el 25% se encuentran ubicados en el nivel satisfactorio (son los que demuestran desempeños propios del grado) y el 24% se encuentran ubicados en el nivel avanzado (son los que desarrollan desempeños excelentes). Es preocupante que el 53% de los estudiantes se encentren por debajo del nivel de desempeño propio del grado lo que se convierte en un indicador del bajo rendimiento académico del área. (ICFES, 2015)

Al relacionar los resultados con ciertos factores ambientales, entre ellos el del nivel socioeconómico que están distribuidos en 4 niveles siendo el 1 el más bajo y el 4 el más alto. Los resultados muestran que al aumentar el nivel socioeconómico los desempeños del nivel 1 de desempeño van disminuyendo, siendo del 42% para el nivel socioeconómico 1 y del 3% para el nivel socioeconómico 4. En oposición al resultado anterior a medida que aumenta el nivel socioeconómico también lo hoce el nivel de desempeño 4; tenemos que para el nivel socioeconómico 1, el porcentaje de estudiantes ubicados en el nivel de desempeño 4 es del 4% y para el nivel socioeconómico 4 el porcentaje de estudiantes ubicados en el nivel 4 de desempeño es del 46%. Los resultados de las pruebas saber 3° para matemáticas nos informan que los estudiantes del municipio de Malambo presentan bajos niveles de desempeño en esta área, si bien se presentan factores ambientales que pueden estar inflyendo, no se hace lo mismo con los factores personales y dentro de éstos los que tienen que ver con el conocimiento del s matemáticas formales que los niños elaboran en la escuela.

Las evaluaciones nacionales e internacionales están evidenciando que en materia rendimiento académico en el campo de las matemáticas en Colombia, de manera general, en la región y particularmente en Malambo, Atlántico existen dificultades, en común se manifiesta que los estudiantes presentan bajos niveles de desempeño. Las pruebas presentan información sobre factores ambientales que de alguna manera explican los bajos niveles, no ahondan en los factores personales y mucho menos en el papel que los mismos conocimientos matemáticos desempeñan en el rendimiento académico.

En el campo académico investigativo se vienen desarrollando múltiples investigaciones que pretenden explicar y determinar los factores que de manera directa o indirecta afectan el rendimiento académico de los estudiantes en matemáticas. Los estudios dan cuenta de dos grandes categorías, los factores ambientales o externos al estudiante y los factores internos o personales, algunos realizan estudios que se ubican en una de las dos categorías y otros estudian factores de las dos categorías. Los resultados no son concluyentes e incluso para un mismo factor se encuentra resultados que se oponen. Resaltando los bajos niveles de logros académicos en el aprendizaje de las matemáticas y la importancia que tienen las matemáticas y el aprendizaje de las mismas en la sociedad actual, se plantea la siguiente pregunta de investigación.

Pregunta Problema. ¿Qué tanto contribuyen los conocimientos matemáticos formales en el rendimiento académico?

Objetivos

Objetivo general

- Determinar que tanto contribuye el conocimiento matemático formal en el rendimiento académico.

Objetivos específicos

- Determinar que tanto contribuye la lectura y escritura del número en el rendimiento académico.

- Determinar que tanto contribuyen las tablas de suma y resta en el rendimiento académico.

- Determinar que tanto contribuye el cálculo formal en el rendimiento académico.

- Determinar que tanto contribuyen los conceptos formales en el rendimiento académico.

Hipótesis

Hipótesis 1_1: *La lectura y escritura del número* contribuyen al *rendimiento académico.*

Hipótesis 0_1: *La lectura y escritura del número no* contribuyen al *rendimiento académico.*

Hipótesis 1_2: *Las tablas de la suma y de la resta no* contribuyen al *rendimiento académico.*

Hipótesis 0_2: *Las tablas de la suma y de la resta* no contribuyen *al rendimiento académico.*

Hipótesis 1_3: *El cálculo formal* contribuye al *rendimiento académico.*

Hipótesis 0_3: *El cálculo formal* no contribuye *al rendimiento académico.*

Hipótesis 1_4: *Los conceptos formales* contribuye al *rendimiento académico.*

Hipótesis 0_4: *Los conceptos formales* no contribuye *al rendimiento académico.*

Metodología

Paradigma

La investigación se orienta por el paradigma positivista, para este paradigma una explicación científica es la que se formula en términos que se expresan matemáticamente; el modelo válido para hacer ciencias es el de las ciencias naturales, que se funda en la observación y la experimentación, el objeto debe ser observable, medible, analizable, cuantificable, previsible y controlado. Curcio (2002). El positivismo está ligado al empirismo y el objeto de conocimiento debe ser accesible a los sentidos, es decir observable, es una forma de estudiar la realidad, tanto natural como social, en donde los datos observables, lo positivo, lo dado es considerado objeto de conocimiento. Rubio y Varas (1999). Los fenómenos sociales son tratados como cosas, hechos o datos. Tanto Cursio (2002) como Varas (1999) asumen que en el positivismo el conocimiento científico se caracteriza por el monismo metodológico, la matematización de la realidad (es reducida a números, leyes matemáticas), la explicación causal, funcional y mecanicista y el interés por controlar y dominar la naturaleza. El sujeto se separa de la naturaleza que es objetivada, manipulada y controlada.

La investigación a realizar es positivista en la medida que se realiza el control de las variables, asumiendo la relación causal entre ellas y dado que la intención es establecer la relación causal entre el conocimiento matemático formal y el rendimiento académico de una población.

Enfoque de Investigación

Para determinar la contribución del conocimiento matemático formal en el rendimiento académico, se hace uso del enfoque de investigación cuantitativo, que utiliza la recolección de datos, la medición numérica, el conteo y el análisis estadístico para dar cuenta de las preguntas, objetivos e hipótesis de investigación (Gómez, 2006; Blaxter, Hughes, Tight, 2002; Bonilla y Seht, 2005). Este enfoque permite seleccionar una muestra de la población objeto (Gómez, 2006) y controlar las variables independientes. El enfoque cuantitativo tiene una concepción positivista de la ciencia y es hipotético deductivo (Koot y Reichardt, 1986). El proceso hipotético-deductivo se inicia con una fase de deducción de las hipótesis conceptuales y

> "continúa con la operacionalización de las variables, la definición de los indicadores, la recolección y el procesamiento de los datos, la interpretación y la inducción. (…) se busca contrastar los resultados empíricos con el marco conceptual que fundamenta el proceso deductivo, con miras a aceptar o rechazar las hipótesis." (Bonilla y Sehk, 2005, p. 84).

Este enfoque se basa en la "recolección de datos para probar hipótesis, con base en la medición numérica y el análisis estadístico, para establecer patrones de comportamiento y probar teorías". (Hernández, Fernández y Baptista, 2010, p. 4).

Diseño.

El diseño de la presente investigación es correlacional – Predictivo. Como la intención es determinar si la variable del conocimiento matemático formal influye sobre el rendimiento académico, se intenta descubrir las relaciones entre estas variables, se pretende asociar variables mediante relaciones predecibles para un grupo o población. La investigación correlacional tiene un valor explicativo aunque parcial. Los estudios correlacionales al evaluar el grado de asociación entre dos o más variables, miden cada una de ellas (presuntamente relacionadas) y, después, cuantifican y analizan la vinculación. "Tales correlaciones se sustentan en hipótesis sometidas a prueba" (Hernández, et al, 2010, p. 81). Esta investigación no permite establecer formalmente la relación de causalidad entre las variables relacionadas, no podemos inferir que una es la causa de la otra (Bisquerra Et al y otros, 2009).

Una característica del paradigma cuantitativo es que pretende ser determinista, es decir dadas unas condiciones iniciales predecir el comportamiento futuro del fenómeno estudiado, es así como la investigación desarrollada es predictiva en el sentido que se pretende mostrar la relación causa efecto entre el conocimiento matemático formal y el rendimiento académico, se quiere determinar el comportamiento futuro de estas variables. Los estudios predictivos suministran tres tipos de información: determinar hasta donde un patrón de conducta puede ser predicho; suministrar datos para desarrollar teóricamente los determinantes del patrón de conducta y presentar evidencia de validez predictiva de una prueba mediante la correlación de las puntuaciones de los sujetos y el patrón de conducta utilizándolo como variable criterio (Bisquerra, y otros, 2009).

Atendiendo los planteamientos sobre la investigación correlacional y la predictiva y que el propósito de predecir el comportamiento de la variable rendimiento académico en función del conocimiento matemático formal cumple con ellos, se deduce que la investigación es correlacional- predictiva. Esto porque el objetivo es predecir, pronosticar, determinar o explicar el comportamiento de unos sujetos de estudio en una variable criterio determinada, a partir del conocimiento de su relación con unas variables predictoras. Este tipo de diseño se aplica cuando se tiene un mayor conocimiento de la relación entre las variables, de forma que pueden categorizarse como variables criterio o como variables predictoras. (Tejedor, 2000). En este caso la variable predictora es el conocimiento matemático formal y las categorías establecidas por Ginsburg y Baroody (2003) y la variable criterio es el rendimiento académico.

Población

La población para la presente investigación está conformada por los estudiantes del grado segundo del nivel básica Primaria, que asisten a colegios públicos de estrato socioeconómico bajo (1, 2) del municipio de Malambo del departamento del Atlántico.

Muestra

La muestra estuvo conformada por 41 estudiantes matriculados en segundo grado de primaria de un colegio oficial de estrato socioeconómico 1 y 2 del municipio de Malambo. 18 pertenecientes al género femenino y 23 al género masculino.

Definición de Variables

Tabla 1. Definición de variables

Variable	Definición conceptual	Definición operacional
Predictora	**Matemática formal**: El conocimiento matemático formal se refiere a las matemáticas que se aprenden dentro del contexto escolar, donde se le enseña una variedad de habilidades numéricas y aritméticas que incluyen los símbolos escritos y las convenciones. El estudiante debe ser capaz de explicar y justificar los procedimientos que usa y aplica de forma explícita. (Ginsburg & Baroody, 2003).	Medido a través de las respuestas correctas o incorrectas de los niños a 31 preguntas relacionadas con el convencionalismo, hechos numéricos, comprensión del sistema numérico decimal y cálculo formal, del test TEMA-3
Criterio	**Rendimiento académico**: Es el nivel demostrado de conocimientos en un área o materia, evidenciado a través de indicadores cuantitativos, usualmente expresados mediante calificación ponderada en el sistema vigesimal y, bajo el supuesto que es un "grupo social calificado" el que fija los rangos de aprobación, para áreas de conocimiento determinadas, para contenidos específicos o para asignaturas. Tonconi (como se citó en (Montes y Lerner, 2011).	Medido por medio de la escala SSRS para profesores que mide la competencia académica.

Control de Variables

Variables Controladas

Atendiendo que objetivos de la investigación apuntan al conocimiento matemático formal y al rendimiento académico de los estudiantes de 2° grado, se controlaron las siguientes variables para lograr homogeneidad de la muestra en diferentes aspectos:

- **Nivel Escolar:** se seleccionaron estudiantes matriculados en segundo grado de Educación Básica Primaria.

- **Nivel Socioeconómico:** los estudiantes seleccionados pertenecen a instituciones educativas de carácter oficial de los estratos socioeconómicos 1 y 2.

- **Lugar de residencia**: Se seleccionaron sujetos matriculados en instituciones educativas oficiales del municipio de Malambo, Atlántico.

- **Edad:** los estudiantes seleccionados no excedieron los 8 años 11 meses (el instrumento es válido para máximo esa edad)

Variables no controladas

En la investigación no se controlaron las variables:

- **Género:** los estudiantes seleccionaron pertenecen a instituciones educativas mixtas, la investigación no arroja resultados por género.
- **Inteligencia:** no se realizó ninguna prueba de inteligencia para clasificar a los estudiantes y la investigación no asume esta variable, además al ser una capacidad intrínseca de los estudiantes, esta no se puede controlar

Técnicas

Prueba Estandarizada

En esta investigación se utilizó la prueba estandarizada que mide variables específicas como la inteligencia, la personalidad, la adaptación al colegio, competencias matemáticas, etc. Otro tipo de pruebas estandarizadas miden proyecciones de los participantes y muestran el estado de una variable con elementos cuantitativos y cualitativos. (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010).

Instrumentos

TEMA-3 (Ginsburg & Baroody, 2003)

TEMA-3 (Test of Early Mathematics Ability; Ginsburg & Baroody, 2003), es un test estandarizado, con fiabilidad y validez establecidas, diseñado para medir las habilidades matemáticas de niños con edades comprendidas entre los 3:0 y 8: 11 años. Se compone de 72 ítems que valoran diferentes aspectos de la competencia matemática básica:

- Los aspectos informales de las matemáticas (actividades que no precisan el uso de símbolos escrito) son valorados mediante 41 ítems, que se distribuyen en 4 categorías: a) Numeración. b) Comparación de cantidades c) Habilidades de cálculo informal, y d) Conceptos.
- Los aspectos formales de las matemáticas (actividades que implican el uso de símbolos matemáticos) está compuesto por 31 ítems, distribuidos en 4 categorías: a) Conocimiento de convencionalismos. b) hechos numéricos. c) Habilidades de cálculo, y d) Conceptos Formales. Los resultados se dan en función de las

respuestas correctas e incorrectas que los niños obtienen en la prueba TEMA-3, se expresan en diferentes tipos de puntuaciones: percentil e índice de competencia matemática (puntuación estandarizada).

Confiabilidad y validez de la Prueba

El TEMA-3 (Test of Early Mathematics Ability; Ginsburg & Baroody, 2003), como instrumento para la recolección de datos cuenta con una confiabilidad y validez establecidas, está diseñado como una prueba estandarizada que permite medir el conocimiento matemático de niños con edades comprendidas entre los 3 años y 0 meses y 8 años y 11 meses.

Hay evidencia que respalda el instrumento TEMA-3 como válido para medir la competencia matemática temprana, un primer criterio es el de contenido, que presenta dos tipos de evidencias: el primero tiene que ver con la presentación de una descripción completa y detallada de los criterios de construcción y selección de sus elementos. El segundo tipo de evidencia sobre la validez de sus elementos tiene que ver con los resultados del análisis cualitativo y cuantitativo de los ítems desde la Teoría Clásica de los Test.

La descripción que da cuenta de la evidencia cualitativa de la validez del contenido del TEMA-3 se presenta de la siguiente manera: El test se compone de 72 ítems que miden diferentes aspectos del conocimiento matemático informal y formal. En el área de matemáticas formales, las tablas de suma y resta y las habilidades de cálculo ocupan un lugar “especial” porque atiende las dinámicas de la escuela en la educación inicial y en los primeros grados y el énfasis que se le da a estos elementos en la matemática escolar. Los ítems que miden el conocimiento informal no se presentan atendiendo el objeto de estudio de la investigación. En cuanto al pensamiento matemático formal se trabajan 31 ítems, distribuidos en 4 categorías:

- ***Escritura y lectura de números:*** incluye la habilidad de leer, escribir y entender numerales. El niño debe aprender que el número 2 se lee en voz alta como "dos" e inversamente que la palabra "dos" se escribe como 2, (Ginsburg, Baroody, 2003).
- ***Tablas de suma y resta**:* se mira si los niños dominan las combinaciones básicas de los números y son pueden de manera rápida generar la respuesta a ejercicios de sumas, restas y multiplicación de un solo digito, (Ginsburg, Baroody, 2003).
- ***Cálculo Formal**:* se mide si el niño puede justificar un procedimiento por medio cuando resuelve un problema. Se puede indagar por la profundidad de la comprensión conceptual del niño, cómo aplica o usa las conceptualizaciones de base-10 y de valor posicional en un cálculo con dígitos múltiples, saber lo que soporta lógica y conceptualmente el llevar y prestar, (Ginsburg, Baroody, 2003).
- ***Conceptos Formales**:* se mide si el niño puede justificar porque se da una determinada respuesta en un procedimiento, y también cuando es capaz de saber cómo funcionan los algoritmos para producir una determinada respuesta. (Ginsburg, Baroody, 2003).

La evidencia cuantitativa de la validez del contenido del TEMA-3 se refiere particularmente a la dificultad y poder discriminativo de cada uno de los ítems antes mencionados. El índice de dificultad se obtiene calculando la proporción de sujetos que supera un ítem concreto en cada una de las edades. La discriminación de un ítem hace referencia al grado en que cada ítem diferencia correctamente entre los sujetos evaluados la conducta que se pretende medir y para la cual ha sido diseñada. En su mayor parte, los ítems de la prueba satisfacen los requisitos previamente descritos y proporcionan evidencia de la descripción del contenido.

El segundo tipo de validez es la de criterio. Los coeficientes que se encuentran en la tabla que sigue, muestran la relación de los puntajes de las habilidades matemáticas en el TEMA-3 con los puntajes de otras pruebas, se observa que van desde moderado hasta muy alto y son altamente significativos Ver tabla xxxx). Los coeficientes son lo suficientemente grandes para proporcionar evidencia convincente de que los puntajes del TEMA-3 poseen validez de predicción de criterio.

Tabla 2. Relación entre el tema-3 y las pruebas de criterio
(Decimales omitidos)

PRUEBAS DE CRITERIO	R
KeyMath-R/UN	
Conceptos Básicos	54
Operaciones	63
WJ III ACH	
Problemas Aplicados	55
DAB-3	
Razonamiento Matemático	65
Cálculo Matemático	83
Coeficiente Matemático	84
YCAT	
Coeficiente Matemático	91

El último tipo de validez es el de constructo. Que da cuenta del grado en que la prueba identifica los constructos subyacentes que pretende medir y la extensión en que dichos constructos reflejan el modelo teórico en que la prueba está basada. Se colocan dos ejemplos: diferencias por edad y diferenciación de grupos con bajo rendimiento.

Tabla 3. Media de los puntajes brutos (y desviaciones estándar) para el TEMA-3 en los intervalos de 6 años y correlaciones con la edad.

FORMATO TEMA-3	INTERVALOS DE EDAD						CORRELACIONES CON LA EDAD
	3	4	5	6	7	8	
A	5(5)	15 (7)	27 (9)	38 (9)	50 (10)	59 (9)	.91
B	6 (7)	13 (8)	25 (10)	37 (11)	48 (11)	59 (10)	.89

Como se observa en la tabla, las medias aumentan a medida que aumenta la edad.

Tabla 4. Puntajes estándar para los subgrupos escogidos en el TEMA-3

SUBGRUPO	FORMATOS DE TEMA-3	
	A	B
Muestra Normativa Global	100	99
Masculino	100	99
Femenino	99	100
Euro americanos	101	100
Afro americanos	96	95
Hispano americanos	95	94
Bajo Desempeño Matemático	86	89

Como se observa el puntaje para el subgrupo de bajo desempeño matemático está por debajo del promedio, indicando la presencia de problemas en matemáticas.

Sistema de Valoración de Habilidades Sociales (SSRS por sus siglas en inglés)

El SSRS, es una prueba estandarizada, desarrollada por Gresham y Elliott (1990), es un sistema de evaluación de las habilidades sociales que también incluye medidas de los problemas de comportamiento y competencia académica de los niños de la escuela primaria. El SSRS incluye tres tipos de cuestionarios: para los estudiantes, padres (o tutores) y maestros. La escala de habilidades sociales para la autoevaluación de los estudiantes se estructura en cuatro factores (la cooperación, la afirmación, la empatía y el autocontrol); la escala realizada por los padres también evalúa cuatro factores (la cooperación, la afirmación, la responsabilidad y el autocontrol de) y se evalúan tres factores en la escala realizada por los profesores (cooperación, afirmación y de autocontrol). Para la evaluación de las conductas problemáticas se evalúan tres factores en el rango de los padres y maestros (internalización, externalización y la hiperactividad); La escala de aptitud académica tiene un solo factor que es evaluado por el docente.

Validez y confiabilidad de la SSRS

Según Gresham y Elliott (1990), la validez concomitante SSRS ha sido verificada mediante la correlación con otras escalas ya validadas en los Estados Unidos, que miden construcciones similares. Las escalas realizadas por los profesores obtienen correlaciones entre 0,55 y 0,68 con el Social Evaluación de la Conducta - SBA (Stephens, 1978), entre 0,59 y 0,81 con el Child Behavior Checklist- Teacher Report Form - CBLC - TRF (Achenbach y Edelbrock , 1983) y entre 0,63 y 0,70 para la escala Harter Clasificación Maestro Escala – TRS (Harter , 1986). Las escalas contestadas por los padres obtuvieron correlaciones entre 0,58 y 0,70 con el Child Behavior Checklist- Parent Report Form -

CBLC -PRF (Achenbach y Edelbrock , 1983) . La escala de autoevaluación de los estudiantes obtenidos correlación de 0,23 con el Child Behavior Checklist -Youth Self-Report Form - YSR (Achenbach y Edelbrock , 1983) y 0,30 a los Muelles -Harris Infancia Escala Auto- Concept Scale - PHCSCS (Piers, 1984) .

Bandeira, Del Prette, y Magalhães (2009) realizaron la prueba de validación y confiabilidad de todo el instrumento para Brasil, incorporando dos aspectos más, en su estudio encuentran que la evaluación de la competencia académica de los niños hechos por maestros presentó un resultado similar a la escala original. La fiabilidad de la SSRS -BR para la muestra brasileña fue adecuada, tanto en términos de consistencia interna como en su estabilidad temporal). La estabilidad temporal también obtuvo una correlación test-retest positiva y significativa (r = 0,73), aunque menor que la escala original (r = 0,93), como se muestra en la tabla siguiente.

Tabla 5. Medias y desviación, coeficientes de correlación Test-Retest (r) y sus niveles de significancia (p) y coeficientes Alfa Cronbach, para la escala de Competencia Académica (CA).

Escala	Formulario		Alfa	Medias		r	p
				Test	Retest		
Escala de CA	Professor	Escala Global	0,98	36,68 (7,22)	35,07 (7,35)	0,73	0,00

Tomado de Bandeira, Del Prette, & Magalhães (2009)

Bandeira, Et al (2009) encontraron que los resultados de la consistencia interna de la SSRS -BR, evaluada mediante el alfa de Cronbach, eran adecuadas para las tres escalas (habilidades sociales, conductas problemáticas y competencia académica), es decir, fueron más altos que el mínimo requerido (0,70) para las escalas 10 o más puntos. En el caso de la consistencia interna de la evaluación de la competencia académica realizada por los profesores se obtiene un coeficiente alfa de Cronbach alta (0,98). Este resultado fue ligeramente mayor que la obtenida para la escala original de la lengua Inglés (0,95). Atendiendo los resultados de validez y fiabilidad ellos concluyen que las escalas SSRS-BR tienen propiedades psicométricas adecuadas y pueden ser utilizados para evaluar las

Tabla 6. Información SSRS para la escala Competencia Académica

Propósito	Esta prueba está diseñada para ayudar a los profesionales en la selección y clasificación de los niños que tienen problemas sociales significativos y los que no para generar una apropiada intervención
Autor	Frank M. Gresham, Stephen N. Elliot
Año	1990
Editorial	PEARSON
Idioma	Inglés
Validez	Validez de contenido: SSRS está basado en un escrutinio amplio de la literatura empírica en la valoración de habilidades sociales en niños y adolescentes. Los maestros también evaluaron las habilidades sociales según la importancia o aporte de cada comportamiento al éxito en el aula. Validez de Criterio Versión profesores.
Confiabilidad	Nivel elemental: Coeficiente alpha de confiabilidad 95
Tiempo De Aplicación	20 minutos (las tres escalas: habilidades sociales, problemas conductuales y competencias académicas)
Tipo De Aplicación	Grupal
Sujetos A Quien Se Le Aplica	Profesores de nivel elemental y secundaria
Escala	Competencia Académica
Definición De Escala	Está competencia está referida al funcionamiento académico del estudiante. Este dominio mide ejecución lectora y matemática, motivación, soporte parental y funcionamiento cognitivo general. Esta prueba no tiene subpruebas.
Ítems Que Evalúa La Escala	Nivel elemental: 49,56,50,53,52,51,54,55,57
Edad	Nivel elemental: 5 A 11 AÑOS y secundaria.

Procedimiento

Esta investigación se realizó en las siguientes etapas:

Primera Etapa. Se realizó una solicitud a las instituciones educativas en donde se retomarían los datos para la investigación, se identificó la muestra. Además en esta etapa se contacta a los trabajadores de campo en el instrumento TEMA-3, y SSRS, estos ya han sido capacitados con anterioridad en el instrumento.

Segunda Etapa. Se aplicó la prueba TEMA-3 con la utilización de sus respectivos formatos a los 41 estudiantes, y el SSRS a los profesores, esto se llevó a cabo en las instalaciones de los colegios a los que asistían, en salas acondicionadas para ello, de forma individual y en una sola sesión. Se solicita la calificación de los estudiantes en el área de matemáticas.

Tercera Etapa. Luego de esto se procedió a digitar los datos obtenidos para poder analizar y comparar estadísticamente. Obtenidos los resultados se realizó la discusión de éstos. Se comprueban, o no, las hipótesis planteadas llegando, a las conclusiones y se dan las recomendaciones de estudio.

Resultados

Para el análisis de los resultados se procede a realizar estadísticas descriptivas como la Media y la Desviación estándar. Este primer estadígrafo es utilizado para observar el valor central de los datos, en este caso para examinar los valores promedios obtenidos por los estudiantes en las diferentes categorías de las variables objeto de estudio, de otra parte la desviación típica, orienta en el establecimiento del grado de dispersión de los datos en relación a la media, es decir, determinar qué tan cercanos o lejanos están éstos valores de ella.

Se utilizó una Prueba de Kolmogorov-Smirnov, de bondad de ajuste, la cual sirve para contrastar la hipótesis nula de que la distribución de una variable se ajusta a una determinada distribución teórica de probabilidad. Si el valor del criterio o nivel de significancia es muy pequeño (menor que 0,05) se rechaza la hipótesis de normalidad y se concluye que las puntuaciones de esa variable no se ajustan a una distribución normal. Los resultados de la prueba de Kolmogorov-Smirnov, indican que se rechaza la hipótesis de normalidad con un nivel crítico de $p<0.005$ (Ver anexo A.), y concluimos que las puntuaciones de las variables no se ajustan a una distribución normal. Es decir, que se deben utilizar estadísticos no paramétricos para analizar los datos.

Luego se procedió a realizar una correlación de Spearman. El número decimal obtenido al relacionar estas variables indica la fuerza de relación y significación estadística de las mismas, de esta manera a partir del valor numérico del coeficiente de correlación obtenido, se considera que los valores cercanos a cero denotan una relación débil, mientras que los que se aproximaron a + 1 ó a –1 indican una relación más fuerte. Se tomó en consideración los puntajes correlaciónales que mostraron un nivel de significancia menor o igual a .05.

Por último, se procedió a realizar una regresión lineal Múltiple entre la variable predictora Conocimiento matemático formal, y la variable criterio rendimiento académico. La regresión lineal constituye una manera de describir y evaluar relaciones entre las variables; una variable dependiente o de criterio y otra (s) variable (s) independiente o predictora. La regresión permite plantear predicciones específicas a partir de la variable o variables independientes respecto a la variable dependiente. Solamente se presentaran las regresiones que fueron significativas, en las cuales se rechaza la hipótesis nula con un alfa ≤ a 0,05 y un nivel de confianza del 95%.

Para la realización de estos análisis se utilizó el software estadístico SPSS.

Tabla 7. Frecuencias y Porcentajes de las notas por nivel.

	Frecuencia	**Porcentaje**
Inferior	3	7.3
Básico	28	68.3
Alto	10	24.4
Total	41	100.0

La tabla 1 muestra las frecuencias y porcentajes de las notas por nivel. Se observa que el 68.3% de los estudiantes tienen un nivel básico en sus notas; el 24.4% de los estudiantes tienen un nivel alto en sus notas y solo el 7.3% de los estudiantes tienen un inferior básico en sus notas.

Tabla 8. Medias y Desviaciones de la Competencia Matemática y la Nota Definitiva.

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
Competencia matemática	41	2.00	5.00	3.62	.812
Nota definitiva	41	5.41	8.82	7.30	.930

La tabla 2 muestra las medias y desviaciones de la competencia matemática y la nota definitiva. Se observa que la competencia matemática tiene una media de 3.62 (DS=.812) y la nota definitiva tiene una media de 7.30 (DS=.930).

Tabla 9. Medias y desviaciones que tienen los estudiantes sobre el conocimiento matemático formal.

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
Con. matemático formal	**41**	**.16**	**.75**	**.43**	**.138**
lectura y escritura de números	41	.50	1.00	.83	.120
tablas de suma y resta	41	.00	.67	.34	.205
calculo formal	41	.00	.70	.19	.186
conceptos formales	41	.20	.80	.47	.171

La tabla 3 muestra las medias y desviaciones que tienen los estudiantes sobre el conocimiento matemático formal. Se observa que la matemática formal tiene una media de .43 (DS= .138); lectura y escritura de números tiene una media de .83 (DS= .120); tablas de suma y resta tiene una media de .34 (DS= .205); calculo formal tiene una media de .19 (DS= .186), conceptos formales tiene una media de .47 (DS= .171).

Tabla 10. Coeficiente de correlación entre el conocimiento matemático formal y la competencia matemática.

		COMPETENCIAMAT
Matemática formal	Coeficiente de correlación	.387*
	Sig. (bilateral)	.012
	N	41
Lectura y escritura de número	Coeficiente de correlación	.320*
	Sig. (bilateral)	.042
	N	41
Tablas de suma y resta	Coeficiente de correlación	.394*
	Sig. (bilateral)	.011
	N	41
Calculo formal	Coeficiente de correlación	.200
	Sig. (bilateral)	.209
	N	41
Conceptos formales	Coeficiente de correlación	.139
	Sig. (bilateral)	.386
	N	41

La tabla 4 muestra coeficientes de correlación entre el conocimiento matemático formal y la competencia matemática. Se observa que existe una relación significativa entre la competencia matemática y las siguientes categorías: matemática formal ($r=.387$, $p<0.050$); lectura y escritura de número ($r=.320$, $p<0.050$); tablas de suma y resta ($r=.394$, $p<0.050$). No existe relación significativa entre la competencia matemática y las siguientes categorías: calculo formal ($r=.200$, $p>0.050$) y conceptos formales ($r=.139$, $p>0.050$).

Tabla 11. Coeficiente de correlación entre el conocimiento matemático formal y la nota definitiva.

		DEFINITIVA
Matemática formal	Coeficiente de correlación	.538**
	Sig. (bilateral)	.000
	N	41
Lectura y escritura de número	Coeficiente de correlación	.443**
	Sig. (bilateral)	.004
	N	41
Tablas de suma y resta	Coeficiente de correlación	.486**
	Sig. (bilateral)	.001
	N	41
Calculo formal	Coeficiente de correlación	.419**
	Sig. (bilateral)	.006
	N	41
Conceptos formales	Coeficiente de correlación	.224
	Sig. (bilateral)	.160
	N	41

La tabla 5 muestra coeficientes de correlación entre el conocimiento matemático formal y la nota definitiva. Se observa que existe una relación significativa entre la nota definitiva y las siguientes categorías: matemática formal ($r=.538$, $p<0.001$); lectura y escritura de número ($r=.443$, $p<0.010$); tablas de suma y resta ($r=.486$, $p<0.010$); calculo formal ($r=.419$, $p<0.010$). No existe relación significativa entre la nota definitiva y la categoría de conceptos formales ($r=.224$, $p>0.050$).

Tabla 12. Coeficiente de correlación entre el conocimiento matemático formal y la nota por nivel.

		Nota por nivel
Matemática formal	Coeficiente de correlación	.602**
	Sig. (bilateral)	.000
	N	41
Lectura y escritura de número	Coeficiente de correlación	.582**
	Sig. (bilateral)	.000
	N	41
Tablas de suma y resta	Coeficiente de correlación	.563**
	Sig. (bilateral)	.000
	N	41
Calculo formal	Coeficiente de correlación	.480**
	Sig. (bilateral)	.001
	N	41
Conceptos formales	Coeficiente de correlación	.219
	Sig. (bilateral)	.169
	N	41

La tabla 6 muestra los coeficientes de correlación entre el conocimiento matemático formal y la nota por nivel. Se observa que existe una relación significativa entre nota por nivel y las siguientes categorías: matemática formal ($r=.602$, $p<0.001$); lectura y escritura de número ($r=.582$, $p<0.001$); tablas de suma y resta ($r=.563$, $p<0.001$); calculo formal ($r=.480$, $p<0.010$). No existe relación significativa entre la nota por nivel y la categoría de conceptos formales ($r=.219$, $p>0.050$).

Tabla 13. Coeficiente de regresión entre el conocimiento matemático formal y la competencia matemática.

Coeficientes[a]

Modelo	Coeficientes no estandarizados B	Coeficientes no estandarizados Error típ.	Coeficientes tipificados Beta	t	Sig.
(Constante)	.979	.808		1.211	.233
Lectura y escritura de número	3.164	.958	.468	3.303	.002

Se utilizó una regresión lineal para determinar cómo el conocimiento matemático formal contribuye en la competencia matemática. Se aplicó el método eliminar tomando como criterio de salida un p-valor igual a 0.05. El test de bondad de ajuste R2, indica que el modelo se ajusta en un 21.9% y estuvo compuesto por la variable lectura y escritura de número ($F=10.910$, $gl=1$, $p<0.010$). La tabla 7 muestra los coeficientes estimados, los cuales sugieren que, la categoría de lectura y escritura de número explica el 46.8% de la variación observada en la competencia matemática, con un error típico de .727 para este modelo.

Tabla 14. Coeficiente de regresión entre el conocimiento matemática formal y la nota definitiva.

Modelo	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificados		
	B	Error típ.	Beta	T	Sig.
(Constante)	5.705	.414		13.795	.000
Matemática formal	3.669	.905	.544	4.052	.000

Se utilizó una regresión lineal para determinar cómo el conocimiento matemática formal contribuye en la nota definitiva. Se aplicó el método eliminar tomando como criterio de salida un p-valor igual a 0.05. El test de bondad de ajuste R2, indica que el modelo se ajusta en un 29.6% y estuvo compuesto por la variable Matemática formal (F=16.422, gl=1, p<0.001). La tabla 8 muestra los coeficientes estimados, los cuales sugieren que, la categoría de matemática formal explica el 54.4% de la variación observada en la nota definitiva, con un error típico de .790 para este modelo.

Tabla 15. Coeficiente de regresión entre el conocimiento matemático formal y la nota por nivel.

Modelo	Coeficientes no estandarizados B	Coeficientes no estandarizados Error típ.	Coeficientes tipificados Beta	T	Sig.
(Constante)	-.225	.473		-.475	.637
Lectura y escritura de números	2.868	.561	.634	5.114	.000

Se utilizó una regresión lineal para determinar cómo las categorías del conocimiento matemático formal contribuyen en la nota por nivel. Se aplicó el método eliminar tomando como criterio de salida un p-valor igual a 0.05. El test de bondad de ajuste R2, indica que el modelo se ajusta en un 40.1% y estuvo compuesto por la variable lectura y escritura de números ($F=26.154$, $gl=1$, $p<0.001$). La tabla 9 muestra los coeficientes estimados, los cuales sugieren que, la categoría de lectura y escritura de números explica el 63.4% de la variación observada en la nota por nivel, con un error típico de .42566 para este modelo.

Discusión

La investigación se diseñó y realizó con el objetivo de determinar la contribución del conocimiento matemático formal al rendimiento académico, para ello se plantearon cuatro hipótesis que conjeturaban la contribución de las categorías del conocimiento matemático formal (escritura y lectura de números, tablas de suma resta, cálculos formales y conceptos formales) al rendimiento académico, para probarlas se procedió a realizar la recolección de la información y someterlas al análisis estadístico, primero se determinó la Media y la Desviación estándar, una Prueba de Kolmogorov-Smirnov de bondad de ajuste, luego se procedió a realizar una correlación de Spearman y por último, se realizó una regresión lineal Múltiple entre la variable predictora Conocimiento matemático formal y la variable criterio rendimiento académico.

Los resultados muestran que el 82,7% de los estudiantes se encuentran bien ubicados en cuanto al rendimiento académico. Si comparamos estos resultados con los de la prueba SABER 3° del 2014 de Matemáticas, encontramos que contrastan ya que para el Municipio de Malambo, el 50% de los estudiantes tiene desempeños por debajo del grado en el que se encuentran y del otro 50%, se encuentra en el grado (25%) o demuestran desempeños excelentes (24%).

Los resultados de las Medias y Desviaciones de las variables trabajadas nos dicen que la lectura y escritura de números tiene la mayor media y la de tablas de suma y resta la menor media. Lo de la lectura y escritura de números se explica en la medida que la escuela, desde el preescolar, hace énfasis en este aspecto, aún sin atender el aspecto conceptual de la misma. Si consideramos que la matemática formal se caracteriza por la manipulación de un sistema de símbolos escritos que la escuela por medio del currículo organiza para que el niño los construya al pasar el tiempo (Caballero, 2005; Reverand 2004). Podemos decir que el esfuerzo que se hace en enseñar y aprender lo relacionado con la escritura y la lectura del número se ve reflejado en el valor de la media alcanzada en esta categoría de la matemática formal.

Sobre la matemática formal en los primeros años de escolaridad Kaplan, Yamamoto y Ginsburg (1996) nos dicen que se enseña a través de un proceso de educación sistemática ya que ella como tal es un sistema organizado, codificado y escrito. Camacho (2012) nos dice que a pesar que vivimos en un mundo altamente dotado de simbología numérica y que el niño se pone en contacto con ellos y con situaciones numéricas, en la mayoría de las sociedades, por lo menos de accidente, los niños entran en contacto con la aritmética escrita cuando comienzan su escolarización y Alsina (2012) nos dice que los símbolos y procedimientos escritos proporcionan medios eficaces para realizar cálculos aritméticos con números grandes, estos procesos, si bien toman como base los procedimientos informales, también lo es que alejan al niño de los mismos. Vemos como la escuela es el espacio responsable de introducir al niño al mundo escrito de los números, y las prácticas del docente desde el preescolar hacen fuerza en este hecho, de allí podemos inferir que los niños en esta categoría obtengan un buen promedio.

Los resultados muestran que no existe relación significativa entre la competencia matemática y, el cálculo formal y conceptos formales. Atendiendo el marco conceptual y la descripción del instrumento TEMA-3, Ginsburg y Baroody (20003) plantean que cuando el niño hace uso del cálculo formal y de los conceptos formales es capaz de justificar el proceso de resolver el problema, el uso de los algoritmos y saber porque un resultado es correcto o no. El niño tiene cierto dominio conceptual del sistema de numeración decimal posicional cuando lo usa en el cálculo con operaciones en donde se “lleva o presta”, cuando sabe por qué es correcto lo que hizo y cómo funciona un algoritmo, lo que implica formas de pensamiento abstractas que van más allá del solo manejo del algoritmo o de las respuestas mecanizadas. González y Weinstein (2005) nos hablan del número como objeto en contraste del número como uso, respecto al primero plantean que tiene que ver con su aspecto formal, con las operaciones, relaciones y propiedades, ya sea como como sistema o como elemento de un sistema. Asumiendo lo dicho, los resultados muestran la posibilidad de que los niños no hayan realizado las elaboraciones conceptuales sobre el número en su aspecto formal y al no justificar las operaciones no logran impactar en el rendimiento académico y en las competencias matemáticas.

Sobre las competencias matemáticas, Cerda, et al (2011) asumen que ser competente en matemáticas implica la habilidad de entender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en diferentes situaciones y contextos. Una competencia matemática está relacionada con el ser capaz de hacer, con el cuándo, cómo y por qué utilizar determinado conocimiento matemático. Para ser matemáticamente competente hay que comprender de manera conceptual lo objetos, propiedades y relaciones matemáticas (Cardoso, 2008). El MEN (2009, 2006) asumen la competencia como el entramado de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras relacionadas intercomunicadas para desempeñarse de manera flexible, eficaz y con sentido en diferentes contextos y para Morales (2010) el trabajo por competencias implica la contextualización de los conocimientos y nos dice que la vía al saber matemático formal es la abstracción. Al interpretar los resultados obtenidos podemos inferir que los niños no están manejando el aspecto conceptual del conocimiento matemático que les permita ponerlos en ejecución al resolver las situaciones problemas de las matemáticas y de otros contextos.

Los resultados demostraron que se acepta la hipótesis de que el conocimiento que tienen los estudiantes sobre la lectura y escritura de números contribuye al rendimiento académico, es decir que los estudiantes que tienen un mayor conocimiento sobre la lectura y escritura de números tienen un mayor puntaje en la competencia matemática, la nota definitiva y la nota por nivel, y viceversa. Los resultados son corroborados por investigaciones que se han realizado con diferentes poblaciones. Una de las investigaciones es la de Villarroel, et al. (2013), quienes encontraron que la habilidad de escritura de números está relacionada con la adquisición de habilidades de mayor complejidad y tiene una influencia en el rendimiento en aritmética. Ellos analizaron la escritura de números de unidades, decenas y centenas en función del nivel de rendimiento en matemáticas. En su estudio se pone de manifiesto que la escritura de unidades, decenas y centenas permite diferenciar al grupo DAM (Dificultades de aprendizaje de las matemáticas) del grupo con rendimiento alto. Específicamente, la escritura de centenas es la variable que logra discriminar entre el grupo DAM y el resto de los grupos. Para los investigadores, la falta de exactitud para escribir centenas en el primer ciclo de educación primaria podría ser un indicador de un problema en el procesamiento numérico que podría tener repercusiones en el rendimiento matemático posterior, ya que permite discriminar a los niños con DAM de los niños con rendimiento matemático superior. Al analizar los errores léxicos en todos los grupos observaron que los errores son más frecuentes en los grupos DAM y bajo rendimiento que en los grupos con rendimiento promedio y rendimiento alto, en donde prácticamente no aparecen, lo que sugiere que estos tipos de errores podrán ser típicos en niños con bajo rendimiento en las matemáticas. Lo que demuestra que la escritura y lectura de números contribuye con el rendimiento académico de los niños.

De igual modo los resultados son corroborados por Bermejo y Blanco (2009), ellos trabajaron con tres grupos de niños de 3º de educación primaria, uno con dificultades de aprendizaje en matemáticas (DAM) que tenía un nivel lector bajo (DAM-DL), otro con dificultades de aprendizaje en matemáticas y un nivel lector aceptable (DAM) y un tercero formado por niños sin dificultades. Los resultados de su investigación muestran que los grupos con dificultades de aprendizaje obtienen rendimientos significativamente inferiores a los niños sin dificultades en general. Por otra parte, los niños DAM alcanzan puntuaciones más altas que los DAM-DL en conteo, lectura y escritura de números, cálculo, hechos numéricos, sentido del número, problemas verbales y relaciones conceptuales, pero lo hacen de forma significativa en conteo, lectura y escritura de números. Los dos grupos de alumnos con DAM también se diferencian entre sí, siendo la ejecución de los niños con un nivel lector bajo inferior en todas las pruebas matemáticas, y estadísticamente significativa en las de conteo, escritura y lectura de números. Además, cuando se analizan las diferencias por tareas, la ejecución de los niños con DAM y nivel lector bajo resulta significativamente más baja en conteo, escritura y lectura de números que en los otros dos grupos. Es decir el rendimiento de los niños con DAM y problemas de lectura es inferior a los niños sin estas dificultades, siendo la lectura y escritura de números un predictor del rendimiento académico.

González, Rodríguez, Cueli, Cabeza y Álvarez (2014) corroboran los resultados de la investigación presentada, ellos la realizan para analizar qué competencias matemáticas y qué habilidades del ejecutivo central (atención) presentaban estudiantes, clasificados con DAH (Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad) +DAM (Dificultades de aprendizaje de las matemáticas), con TDAH, con DAM, y sin dificultades ni TDAH como grupo comparativo. Realizaron un diseño descriptivo ex post facto, con dos instrumentos de evaluación, el TEMA 3 y el TOVA. Encontraron en las matemáticas formales diferencias estadísticamente significativas en la variable conocimiento de convencionalismos o escritura y lectura de números. Los alumnos DAM tienen mayores dificultades para asociar el símbolo al concepto de referencia y llegar a un resultado sencillo sin realizar la operación de cálculo matemático. Es decir entre menos conocimiento de los convencionalismos tienen menos competencia matemática presentan los estudiantes DAM y viceversa, lo que significa que bajos niveles de escritura y lectura se constituye en un indicador de problemas de aprendizaje en las matemáticas, de bajos niveles en competencias y de rendimiento, como también lo encontraron Bermejo y Blanco (2009) en la investigación anteriormente reseñada.

Corroboran los resultados encontrados los de Adamuz y Bracho (2014), quienes analizan el grado de desarrollo del sentido numérico alcanzado por niños y niñas al final de segundo ciclo de educación primaria tras la utilización de la metodología basada en los denominados algoritmos flexibles. Después de la intervención se aplica el test TEMA-3. En el análisis conjunto realizado se ha observado que, en general, existen diferencias significativas entre la competencia matemática alcanzada en el grupo de estudiantes que siguieron la metodología basada en los algoritmos ABN y la conseguida en el grupo que siguió la metodología basada en los algoritmos tradicionales, las diferencias las constatan en todos los aspectos de la matemática formal e informal (numeración, comparación, convencionalismo, hechos numéricos y conceptualización y cálculo, tanto formal como informal), pero para el para el caso de convencionalismo o escritura y lectura de números es estadísticamente significativa, resultado que viene a corroborar los del presente estudio.

Otras investigaciones muestran resultados que se diferencias de los presentados en los apartados anteriores, éstos establecen la contribución del uso de materiales en el desarrollo de competencias matemáticas y en particular en cada una de las categorías propuestas por Ginsburg y Baroody (2003). El primer trabajo es el de García y Bracho (2014) quienes buscan constatar los efectos del uso sistemático de materiales educativos en el desarrollo del sentido numérico en alumnas y alumnos de Primer Ciclo de E. Primaria, para ello combinan los análisis cualitativos y cuantitativos. La población estuvo constituida por alumnos de un conjunto de colegios de Córdoba (España) y provincia, de los cursos 2010-2011 y 2011-2012, se tomó una muestra intencional y por conveniencia, que estuvo integrada por 333 alumnos de 21 centros educativos, se formaron 19 grupos experimentales y un grupo control. Se capacitaron a los profesores para que trabajaran con el material diseñado. Los resultados muestran que la competencia matemática desarrollada por el grupo de alumnos y alumnas del grupo experimental (grupo constituido por los niños y niñas de los colegios que han seguido la metodología basada en el uso de los materiales didácticos manipulativos) es superior a la desarrollada por el grupo de control. Se encontró que hay diferencias en todos los aspectos de la matemática formal e informal y encuentran que no son estadísticamente significativas en lo relacionado con conceptos informales, (en el caso de la matemática informal), y los convencionalismos o lectura y escritura de números y cálculo formal (en el caso de la matemática formal).

Otra investigación que obtiene resultados diferentes a los obtenidos en el presente estudio son los de Maz y Adrián (2014), ellos analizan si la utilización de materiales manipulativos favorece el desarrollo del sentido numérico en el alumnado de 1º de Educación Primaria en un centro público de Educación Infantil y Primaria en la provincia de Córdoba. Se trabaja con estudiantes de varias instituciones y se capacita a los docentes. La investigación es cuasiexperimental. Los resultados en la matemática formal muestran que se aprecia diferencia entre el grupo control y el grupo experimental, este último tiene mayor desarrollo en todas las competencias, independientemente de la edad y no se hallaron diferencias estadísticamente significativas debidas a la utilización de los materiales manipulativos en la competencia matemática en cada una de las categorías de la matemática formal, al ser los datos no significativos no nos permite afirmar que hay diferencia del ICM debido al uso de los materiales manipulativos entre los dos grupos.

Saber “escribir un número en el formato arábigo es fundamental para el aprendizaje de las matemáticas, ya que por medio de esta representación denotamos las cantidades para realizar operaciones aritméticas, realizamos transacciones comerciales y muchas otras operaciones de la vida diaria” (Villarroel, et al, 2013, p. 105). De allí la importancia, no solo para la escuela sino para todo el sistema social, de que en ella se den los procesos de aprender a representar los números mediante la escritura arábiga, además de saberlos leer. En este orden de ideas Butto y Gómez y (2014) al analizar y describir las ideas de los niños sobre la escritura numérica encuentran que los niños elaboran ideas intuitivas para escribir e interpretar números y ponen en juego lo que saben para acceder a niveles de desarrollo más avanzados con el apoyo de actividades, recursos y materiales de apoyo.

Respecto la segunda hipótesis que pretende comprobar el grado de contribución del conocimiento que tienen los estudiantes sobre las tablas de suma y resta en el rendimiento académico, se observa que las categorías se relacionan significativa y positivamente, sin embargo, no se observa una contribución del conocimiento sobre tablas de suma y resta al rendimiento académico que tienen los estudiantes. Es decir que se acepta la hipótesis nula de que el conocimiento que tienen los estudiantes sobre las tablas de suma y resta no contribuye al rendimiento académico.

Al mirar los resultados que obtienen los estudiantes de Malambo en la prueba SABER de 3° en matemáticas, en donde el 50% de ellos se encuentra en niveles de desempeño que están por debajo del nivel propio del grado y sabiendo que uno de los componentes que evalúa la prueba es el numérico y dentro de éste aparece la necesidad de realizar operaciones de suma y resta en donde el conocimiento de las tablas le daría mayor posibilidades de acertar en las respuestas, podemos decir que los resultados obtenidos del presente estudio vienen a explicar el pobre nivel de las competencias que desarrollan los estudiantes.

La investigación de González-Castro, Rodríguez, Cueli, Cabeza y Álvarez (2014), reseñada en el apartado anterior, corrobora los resultados del presente estudio, ellos analizan las competencias matemáticas y las habilidades del ejecutivo central (atención) que presentan los estudiantes clasificados con DAH (Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad) + DAM (Dificultades de aprendizaje de las matemáticas), con TDAH, con DAM, y un grupo comparativo sin DAM ni TDAH. Los resultados muestran que para el aspecto de suma y resta o hechos matemáticos, de la matemática formal, no encontraron diferencias estadísticamente significativas entre los grupos estudiados. El conocimiento de las tablas de suma y resta no explica las diferencias entre los grupos estudiados ni los niveles de competencias desarrollados, explican este resultado resaltando el carácter procedimental o algorítmico de la categoría suma y resta.

Otra investigación que corrobora los resultados del estudio presentado es el de Adamuz-Povedano y Bracho-López (2014), la investigación reseñada en el apartado anterior en donde analizan el grado de desarrollo del sentido numérico cuando se utilizan algoritmos flexibles como metodología de enseñanza y aprendizaje en la educación primaria. Encuentran que para el caso de la variable de hechos matemáticos o suma y restas los resultados entre el grupo control y el experimental presentan diferencias significativas pero no estadísticamente significativas. Los mismos resultados son encontrados por García y Bracho (2014) en donde no encontraron diferencias estadísticamente significativas entre la categoría de las tablas de suma y resta y el uso de los materiales didácticos manipulativos, con la competencia matemática entre el grupo control y el experimental.

Otra investigación que corrobora los resultados encontrados es la de Maz & Adrián (2014),en donde comprueban si la utilización de materiales manipulativos favorece el desarrollo del sentido numérico en el alumnado de 1º de Educación Primaria. Los resultados en la matemática formal en todas sus categorías no son estadísticamente significativos al relacionarse con el uso de materiales didácticos manipulativos. Los resultados presentados si bien no miran la relación directa entre las categoría de suma y resta con el rendimiento académico, si muestran que la categoría no se explica con el uso de los materiales manipulativos, y al comparar con el grupo control podemos decir que la competencia matemática no se explica por el conocimiento que tienen los estudiantes en suma y resta.

Los resultados muestran que la categoría cálculo formal se relaciona significativa y positivamente con el rendimiento académico, pero no se observa una contribución del conocimiento sobre cálculo formal al rendimiento académico que tienen los estudiantes, es así como se acepta la hipótesis nula de que el conocimiento que tienen los estudiantes sobre el cálculo formal no contribuye al rendimiento académico. Se puede decir que los estudiantes que tienen un mayor conocimiento sobre el cálculo formal tienen un mayor puntaje en la nota definitiva, y la nota por nivel, y viceversa, pero no se puede decir que el conocimiento del cálculo formal, predice o explica el rendimiento académico de los estudiantes.

El cálculo formal tiene una doble connotación, una algorítmica y otra de fundamentación, es decir el estudiante debe dar cuenta o justificar el proceso algorítmico seguido, aquí aparecen los elementos conceptuales del sistema de numeración decimal, esto hace del cálculo formal un proceso más complejo que el de los hechos matemáticos o de las tablas de suma y resta. Al contrastar los resultados de la investigación con los resultados de otras investigaciones encontramos que González, Et al (2014) en la investigación que se viene analizando con niños que presentan TDAH y DAM al compararlos con aquellos que no presentan estas dificultades, en el caso de la variable cálculo formal, encuentran que no hay diferencias significativas entre ninguno de los grupos. La relación que hay entre cálculos formales y las competencias matemáticas no es estadísticamente significativa para los diferentes grupos evaluados. Quiere decir que los desempeños en cálculo formal no predicen la competencia matemática en ninguno de los grupos, como tal el rendimiento en matemáticas no se puede explicar por el conocimiento que se tenga en cálculos formales.

La investigación de García y Bracho (2014) también corrobora los resultados del presente estudio, ellos se proponen constatar la contribución del uso sistemático de materiales educativos en el desarrollo del sentido numérico en alumnas y alumnos de Primer Ciclo de E. Primaria, utilizan la Prueba TEMA-3 para medir el impacto en las competencias matemáticas del material utilizado, encuentran que para el caso de las matemáticas formales en la categoría de cálculos formales, hay diferencias entre el grupo control y el experimental pero no es estadísticamente significativa, es decir el cálculo formal no explica la competencia matemática.

Los resultados de la investigación de Maz & Adrián (2014) al comprobar si la utilización de materiales manipulativos favorece el desarrollo del sentido numérico en el alumnado de 1º de Educación Primaria en un centro público de Educación Infantil y Primaria en la provincia de Córdoba, corroboran los resultados de la presente investigación, ellos no hallaron diferencias estadísticamente significativas debidas a la utilización de los materiales manipulativos en los cálculos formales. Al comparar los resultados con los del grupo control no encuentran que el cálculo formal contribuya con la competencia matemática.

Al determinar la contribución del conocimiento que tienen los estudiantes sobre los conceptos formales en el rendimiento académico, se observa que la categoría de conceptos formales no se relaciona con el rendimiento académico. Es decir que se acepta la hipótesis nula de que el conocimiento que tienen los estudiantes sobre los conceptos formales no contribuye al rendimiento académico. Los conocimientos formales que tienen los estudiantes sobre las matemáticas que se está usando en un momento determinado le brindan la posibilidad de explicar no solo el procedimiento algorítmico sino también de justificarlos en función de los conceptos subyacentes, es decir el manejo conceptual implica un aprendizaje significativo de las matemáticas que da la posibilidad de impactar en el rendimiento académico.

Los resultados se corroboran con los de Adamuz y Bracho (2014) quienes analizan el grado de desarrollo del sentido numérico alcanzado por niños y niñas al final de segundo ciclo de educación primaria tras la utilización de la metodología basada en los algoritmos flexibles, y después de evaluar la competencia matemática con la TEMA_3 encuentran para la categoría conocimientos formales la relación con la competencia matemática no es estadísticamente significativa. Lo mismo encuentran Maz y Adrián (2014) al analizar si la utilización de materiales manipulativos favorece el desarrollo del sentido numérico en el alumnado de 1º de Educación Primaria, no encontraron diferencias estadísticamente significativas debidas a la utilización de los materiales manipulativos y el desarrollo de conceptos formales y de este con la competencia matemática, al comparar con el grupo control, los conceptos formales no explican la competencia matemática.

Los resultados anteriores se oponen a los de González, et al. (2014) quienes analizan las competencias matemáticas y las habilidades del ejecutivo central (atención) que presentan estudiantes clasificados con TDAH+DAM, con TDAH, con DAM y un grupo control sin DAM ni TDAH. Ellos encuentran que en las competencias formales, cuando comparan a los grupos, aparecen diferencias estadísticamente significativas en la variable conocimiento de conceptos formales, es decir el poco manejo conceptual es un indicador de la posibilidad de padecer problemas de aprendizaje de las matemáticas y de un rendimiento académico bajo.

Conclusiones

Después de realizar el análisis y la discusión de los resultados en la presente investigación se ha encontrado que:

- Existe una relación significativa entre la competencia matemática y las categorías de la matemática formal: lectura y escritura de número, tablas de suma y resta; y no existe relación significativa entre la competencia matemática y las categorías: cálculo formal y conceptos formales.
- Existe una relación significativa entre la nota definitiva que expresa el rendimiento académico y las categorías matemática formal, lectura y escritura de número, tablas de suma y resta y cálculo formal y no existe relación significativa entre la nota definitiva y la categoría de conceptos formales.
- La categoría de lectura y escritura de números se relaciona significativa y positivamente con el rendimiento académico. A su vez el conocimiento sobre la lectura y escritura de números contribuye con el rendimiento académico que tienen los estudiantes, específicamente la competencia académica y las notas por nivel. Es decir que se acepta la hipótesis de que el conocimiento que tienen los estudiantes sobre la lectura y escritura de números contribuye al rendimiento académico.
- La categoría de tablas de suma y resta se relaciona significativa y positivamente con el rendimiento académico. Sin embargo, no se observa

una contribución del conocimiento sobre tablas de suma y resta al rendimiento académico que tienen los estudiantes. Es decir que se acepta la hipótesis nula de que el conocimiento que tienen los estudiantes sobre las tablas de suma y resta no contribuye al rendimiento académico.

- La categoría de cálculo formal se relaciona significativa y positivamente con el rendimiento académico. Sin embargo, no se observa una contribución del conocimiento sobre cálculo formal al rendimiento académico que tienen los estudiantes. Es decir que se acepta la hipótesis nula de que el conocimiento que tienen los estudiantes sobre el cálculo no contribuye al rendimiento académico.
- La categoría de conceptos formales no se relaciona con el rendimiento académico. Es decir que se acepta la hipótesis de que el conocimiento que tienen los estudiantes sobre los conceptos formales no contribuye al rendimiento académico.

Recomendaciones

Los resultados obtenidos en esta investigación se constituyen en pretextos o puntos de partida para el desarrollo de nuevas investigaciones en el ámbito del rendimiento académico de las matemáticas, particularmente en los grados inferiores y la educación inicial. Las recomendaciones están dirigidas a:

- Profundizar en el estudio de factores predictivos que atiendan procesos y competencias matemáticas.
- Atender variables contextuales para establecer relaciones entre ellas, las competencias matemáticas y el rendimiento académico, particularmente variables contextuales del aula.
- Realizar investigaciones que pretendan formar a los docentes en procesos conceptuales de las matemáticas y en estrategias que promuevan aprendizajes significativos y competencias matemáticas y mirar el impacto en el rendimiento académico.
- Realizar investigaciones mixtas para realizar interpretaciones y transformaciones más complejas de las que ofrecen las investigaciones cuantitativas en el plano del rendimiento académico de las matemáticas.

Referencias

Adamuz, N. y Bracho, R. (2014). Algoritmos flexibles para las operaciones básicas como modo de favorecer la inclusión social. *Revista Internacional de Educación para la Justicia Social (RIEJS), 3*(1), 37-53.

Alcaide, M. (2009). Influencia del rendimiento y autoconcepto en hombres y mujeres. *Revista Electrónica de Investigación y Docencia (REID),* (2), 27-44. Recuperado de http://www.ujaen.es/revista/reid/revista/n2/REID2art2.pdf

Alsina, Á. (2012). Hacia un enfoque globalizado de la educación matemática en las primeras edades. *NÚMEROS Revista de didáctica de las matemáticas*, (80), 7-24.

Artigue, Michele (1990). Epistémologie et didactique. Reserches. *Didactique des mathématiques. 10*(23). Recuperado de grupocalculo.galeon.com/articulo2.doc

Bandeira, M., Pereira, Z., Del Prette, A. y Magalhães, T. (2009). Validação das escalas de habilidades sociais, comportamentos problemáticos e competência acadêmica (SSRS-BR) para o ensino fundamental. *Psicologia: Teoria e pesquisa, 25(2),* 271-282.

Baroody, A. (2000). *El pensamiento matemático de los niños. Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial.* Madrid, España: VISOR.

Batanero, C., Godino, J. y Navarro, P. (2003). Epistemología e instrucción matemática: Implicaciones para el desarrollo curricular. En J. Godino (Ed.), *Investigaciones sobre fundamentos teóricos y metodológicos de la educación matemática*. (pp. 105-123). Granada, España: Universidad de Granada. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/fundamentos_tem.pdf

Beltrán, A. y La Serna, K. (2008). ¿Qué explica el rendimiento académico en el primer año de estudios universitarios? Un estudio de caso en la Universidad del Pacífico. Universidad del Pacífico. Retomado de http://srvnetappseg.up.edu.pe/siswebciup/Files/DD0809%20-%20Beltran_La%20Serna.pdf

Bermejo, V. y Blanco, M. (2009). Perfil matemático de los niños con dificultades específicas de aprendizaje en matemáticas en función de su capacidad lectora. *Enseñanza de las ciencias, 27(3),* 381–392.

Bermejo, V. (1995). Intervención psicopedagógica en el aula de matemáticas. Un programa psicoinstruccional para el primer ciclo de Educación Primaria. Recuperado de http://www.uv.es/meliajl/Docencia/Recursos/ArticulosEjemplo/GuttmanEducativa.pdf

Bermejo, V (1990). *El niño y la aritmética. Instrucción y construcción de las primeras nociones aritméticas.* Barcelona, España: Paidós.

Beyer K., Walter, O. (2001). Algunos aspectos epistemológicos de la matemática: ¿Es la matemática un lenguaje? *Educere, 5*(14), 236-240.

Bisquera, R. (Ed.). (2009). *Metodología de la investigación educativa*. Madrid, España: La Muralla, S.A.

Blaxter, L., Hughes, C. y Tight, M. (2002). *Cómo se hace una investigación*. Barcelona, España: GEDISA.

Bonilla, E. y Sehk, P. (2005). *Más allá del dilema de los métodos: la investigación en ciencias sociales*. Bogotá, Colombia: Editorial Norma.

Broc, M. (1994). Rendimiento académico y autoconcepto en niños de educación infantil y primaria (1994). *Revista de educación*. (303), 281-297.

Butto, C. y Gómez, L. M. (2014). Las representaciones numéricas de estudiantes de primer grado de primaria: Un estudio sobre los niveles de desarrollo progresivo. *REVISTA HORIZONTES PEDAGÓGICOS, 16(1),* 9-23.

Caballero, S. (2005). *Un estudio transversal y longitudinal sobre los conocimientos informales de las operaciones aritméticas básicas en niños de educación infantil* (memoria para optar al grado de doctor). Universidad Complutense De Madrid, Madrid, España.

Camacho, M. (2012). *Desarrollo de experiencias pre-numéricas en educación infantil* (tesis de maestría). Universidad de Almería, Almería, España.

Cardoso, E. (2008). *El desarrollo de las competencias matemáticas en la primera infancia*. Revista Iberoamericana de Educación. (47) , 5 – 25.

Castro, C. Flecha, G y Ramírez, M. (2015). Matemáticas con dos años: buscando teorías para Interpretar la actividad infantil y las prácticas docentes. *TENDENCIAS PEDAGÓGICAS* (26), 89-108

Cerda, G., Ortega, R., Pérez, C., Flores, C., y Melipillán, R. (2011). Inteligencia lógica y rendimiento académico en matemáticas: un estudio con estudiantes de Educación Básica y Secundaria de Chile. *Anales de psicología,* 27(2), 389-398.

Cervini, R. (2004). Influencia de los factores institucionales sobre el logro en matemática de los estudiantes en el último año de la educación media de Argentina. - un modelo de tres niveles. *REICE - Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, 2(1).* Recuperado de http://www.ice.deusto.es/RINACE/reice/vol2n1/Cervini.pdf

Chamorro, M. (2011) La mejora del aprendizaje del área lógico-matemática desde el análisis del currículum de Educación Infantil. *Educatio Siglo XXI*, *29*(2), 23-40.

Contraloría General de la Nación (2014). *Política educativa y calidad de la educación básica y media en Colombia*. *Informe Contraloría Delegada para el Sector Social*. Recuperado de http://www.contraloriagen.gov.co/documents/10136/14549089/Pol%C3%ADtica+educativa+y+calidad+de+la+educaci%C3%B3n+b%C3%A1sica+y+media+en+Colombia+2014/765d49eb-66d9-4004-ae6f-655814dcdfb1

Coronado, S., Sandoval, S. y Torres, A. (2012). Diferencias de género, factores que inciden en el rendimiento matemático de licenciaturas económico administrativas. *Sinética, Revista electrónica de educación*, (39), 1-22. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/pdf/sine/n39/n39a8.pdf

Curcio, C. (2002). Investigación cuantitativa. Una perspectiva epistemológica y metodológica. Armenia, Colombia: .Editorial KINESIS.

D'Amore B. (2008). Epistemología, didáctica de la matemática y prácticas de enseñanza. *Revista de la ASOVEMAT (Asociación Venezolana de Educación Matemática).* Vol. *17*(1), 87-106.

Edo i Basté, M. (2005). Educación matemática y competencia social. En S. García (presidencia), matemáticas con imaginación para un mundo real. Conferencia llevada a cabo en el XII JAEM, Jornada sobre Aprendizaje y Enseñanza de las matemáticas. Albacete, España.

Enríquez, C., Segura, Á. y Tovar, J. (2013). Factores de riesgo asociados a bajo rendimiento académico en escolares de Bogotá. *Investigaciones Andina*, *15*(26), 654-666.

Esguerra, G. y Guerrero, P. (2010). Estilos de aprendizaje y rendimiento académico en estudiantes de Psicología. *Diversitas: Perspectivas en Psicología*, 6(1), 97-109.

Espinoza, E. (2006). Impacto del maltrato en el rendimiento académico. *Revista Electrónica de Investigación Psicoeducativa*, 4(9), 221-238.

Fernández, K, Gutiérrez, I., Gómez, M., Jaramillo, L. y Orozco, M. (2004). El pensamiento matemático informal de niños en edad preescolar. Creencias y prácticas de docentes de Barranquilla (Colombia). *Zona Próxima,* (5), 42-72

Ferrel, F., Vélez, J. y Ferrel, L. (2014). Factores psicológicos en adolescentes escolarizados con bajo rendimiento académico: depresión y autoestima. *Revista Encuentros*, *12*(2), 35-47

Galvis, D., Chica, S., Ramírez, A. (2010). Determinantes del rendimiento académico en Colombia. Pruebas ICFES - Saber 11o, 2009*. *REVISTA Universidad EAFIT*, 46(160), 48-72.

García, M. y Bracho, R. (2014). Mucho más que números: una metodología basada en recursos para el desarrollo del sentido numérico en la escuela. En E. Amaro (presidencia), *Congreso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: el sentido de las matemáticas. Matemáticas con sentido*. Conferencia llevada a cabo en el XV Congreso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, Baeza, España.

Gascón, J. (2001). Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *4*(2), 129-159.

Ginsburg, H. P., & Baroody, A. J. (2003). The test of early mathematics ability (3rd ed.). . Austin: (3rd ed.). , TX: Pro Ed.

Godino, J. Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. Matemáticas y su didáctica para maestros.* Retomado de http://www.ugr.es/local/jgodino/edumatmaestros/

Godino, J. (1991). Hacia una teoría de la didáctica de la matemática. En A. Gutiérrez (Ed.), *Área de Conocimiento: Didáctica de la Matemática.* (pp. 105-148) Madrid, España: Síntesis.

Gómez, F. (2012) *Elementos problemáticos en el proceso de enseñanza de las matemáticas en estudiantes de la institución educativa Pedro Vicente Abadía* (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Palmira, Colombia.

Gómez, M. (2006). Introducción a la metodología de la investigación científica. Córdoba, Argentina: Editorial Brujas.

González, J. (2003). El rendimiento escolar. Un análisis de las Variables que lo condicionan. *Revista Galego-Portuguesa de Psicoloxía e educación, 8*(7), 1138-1663

González, A. & Weinstein, E. (2005). *El número y la serie numérica*. En E. Moreno (Ed.) *Curso de formación y actualización profesional para el personal docente de educación preescolar* (pp. 249 – 257) México DF, México : Secretaría de Educación Pública. Recuperado de http://www.reformapreescolar.sep.gob.mx/pdf/volumen_1.pdf

González, P., Rodríguez, C., Cueli, M., Cabeza, L. y Álvarez, L. (2014). Competencias matemáticas y control ejecutivo en estudiantes con Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad y Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas. *Revista de Psicodidáctica, 19*(1), 125-143

González, T. (2000). Metodología para la enseñanza de las Matemáticas a través de la resolución de problemas: un estudio evaluativo. *Revista de Investigación Educativa*, *18*(1), 175-199.

Guerrero, Y. (2014). *Clima social familiar, inteligencia emocional y rendimiento académico de los alumnos de quinto de secundaria de las instituciones educativas públicas de ventanilla* (Tesis de maestría). Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú.

Hernández, R., Fernández, C., Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. México, México D.F.: McGrawHill.

ICFES (2013). *Colombia en PISA 2012 Informe nacional de resultados. Resumen ejecutivo*. Recuperado de http://repository.udistrital.edu.co/bitstream/11349/2304/2/BeltranCastroArietaCecilia2015.JPG.pdf

ICFES (2015). Entidad territorial certificada: Malambo. Resultados Saber 3° matemáticas. Recuperado de http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEntidadTerritorial.jspx

Iglesias, S. (1972). *Jean Piaget: Epistemología matemática y psicología*. Monterrey, México: Universidad Autónoma Nuevo León.

Kamii, C. (2003). El número en la educación preescolar. Madrid, España: Aprendizaje Visor.

Kamii, C. (2000). *El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget*. Madrid, España: Aprendizaje Visor .

Kaplan, R., Yamamoto, T. y Ginsburg, H. (1996). La enseñanza de conceptos matemáticos. En L. Resnick, y L. & Klopfer (Ed.*), Curriculum y cognición* (pp. 105-139). Buenos Aires, Argentina: AIQUE.

Cook, T. y Reichardt, C. (1986). *Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evaluativa*. J. M. A. Méndez (Ed.). Madrid, España: Morata.

Lakatos, I. (1981). *Matemáticas, ciencia e epistemología.* Madrid, España: Alianza Editorial.

Lakatos, I. (1978). *Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento científico*. Madrid, España: Alianza Editorial.

León, V., Lucano, V. y Oliva, J. (2014). *Elaboración y aplicación de un programa de Estimulación de la competencia matemática para niños de primer grado de un colegio nacional* (tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú.

López, L., Ávila, M. y Camargo, G. (2013). Atención selectiva y funciones ejecutivas como predictores del conocimiento matemático informal. En E. Rodríguez (Presidencia), *Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. Conferencia llevada a cabo en el VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, Montevideo, Uruguay.

López, M. (2013). Rendimiento académico: su relación con la memoria de trabajo. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación", 13(3),* 1-19. Recuperado de http://148.215.2.11/articulo.oa?id=44729878008

Mato, M. y Muñoz, J. (2010). Efectos generales de las variables actitud y ansiedad sobre el rendimiento en matemáticas en alumnos de educación secundaria obligatoria. Implicaciones para la práctica educativa. *Ciencias Psicológicas,* 4 (1), 27 – 40.

Maz, A. y Adrián, C. (2014). Uso de materiales didácticos y desarrollo del sentido numérico en primaria. En L. Puig (Ed.), Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de las Matemáticas y Educación Matemática (pp. 109-114). Málaga, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/5351/1/Maz2014UsoInvestigaciones.pdf

MEN (2009). Lineamientos generales SABER 2009. Grados 5o y 9º.

MEN (2006). Estándares de competencias matemáticas.

Ministerio de Educación Nacional. (25 de Marzo de 2015). Centro Virtual de Noticias de la Educación. Obtenido de http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/w3-article-350009.html

Miñano, P. y Castejón, J. (2011). Variables cognitivas y motivacionales en el rendimiento académico en Lengua y Matemáticas: un modelo estructural. *Revista de Psicodidáctica,* 16(2), 203-230.

Miñano, P., Cantero, M., Castejón J. (2008). Predicción del rendimiento escolar de los alumnos a partir de las aptitudes, el autoconcepto académico y las atribuciones causales. *Horizontes Educacionales*, *13*(2), 11-23.

Molina, L. y Rada, K. (2013). Relación entre el nivel de pensamiento formal y el rendimiento académico en matemáticas. *Zona Próxima,* (19), 63-72.

Montes, I. y Lerner, J. (2011). Rendimiento académico de los estudiantes de pregrado de la universidad EAFIT. Perspectiva cuantitativa. *Universidad EAFIT*. Retomado de http://www.eafit.edu.co/institucional/calidad-eafit/investigacion/Documents/Rendimiento%20Ac%C3%A1demico-Perrspectiva%20cuantitativa.pdf

Morales, F. (2010). Enseñar en competencias en Educación Infantil y Primaria. La agenda telefónica. *NÚMEROS. Revista de Didácticas de las Matemáticas*. 74, 19–27.

Murillo, F. y Martínez, C. (2012). Las condiciones ambientales en las aulas de primaria en iberoamérica y su relación con el desempeño académico. *Archivos Analíticos de Políticas Educativas, 20* (18), 1-23.

Navarro, R. (2003). El rendimiento académico: concepto, investigación y desarrollo. *REICE - Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, 1*(2) Recuperado de http://www.ice.deusto.es/rinace/reice/vol1n2/Edel.pdf

Núñez, M. y Pascual, M. (2011). Habilidades matemáticas básicas en alumnos de 3º de Infantil: detección temprana de dificultades de aprendizaje y orientaciones para la intervención. *Revista Diálogo Educacional, 1(32),* 83-105.

Núñez, M. y Lozano, I. (2003). Evaluación del pensamiento matemático temprano en alumnos con déficit intelectual, mediante la prueba TEMA-2. *Revista española de pedagogía*. (226), 547-564.

Obredor, C. (2015). *Papel Predictor de las Funciones Ejecutivas en el Desempeño Académico en las áreas de Matemática y Lenguaje en estudiantes de Tercer Grado de Educación Básica Primaria* (Tesis de maestría). Universidad de La Costa, Barranquilla, Colombia.

Orlando, M. (2014). *Razonamiento, solución de problemas matemáticos y rendimiento académico* (Tesis de Doctorado). Universidad de San Andrés. Buenos Aires, Argentina

Ortiz, M. y Gravini M. (2012). Estudio de la competencia matemática en la infancia. *Psicogente, 15(27)*, 139-152.

Ortiz, M. (2009). Competencia matemática en niños en edad preescolar. *Psicogente, 12*(22), 390-406.

Oviedo, Y. (2012). *Factores asociados al rendimiento académico en Matemática en el III ciclo de la Educación General Básica; Un estudio multinivel. Cuarto informe del estado de la educación. Informe final.* Costa Rica. Recuperado de http://www.estadonacion.or.cr/files/biblioteca_virtual/educacion/004/oviedo_rendimiento_matematica.pdf

Peralta, F. y Sánchez, M. (2003). Relaciones entre el autoconcepto y el rendimiento académico, en alumnos de educación primaria. *Revista Electrónica de Investigación Psicoeducativa y Psicopedagógica*, *1(1),* 95-120. Recuperado de http://www.investigacion-psicopedagogica.org/revista/articulos/1/espannol/Art_1_7.pdf

Pérez, E., Cupani, M. y Ayllón, S. (2005). Predictores de rendimiento académico en la escuela media: habilidades, autoeficacia y rasgos de personalidad. *Avaliação Psicológica, 4*(1), 01-11.

Piaget, J (1994). *Seis estudios de psicología*. Medellín, Colombia: DRAKE.

Piaget, J. (1986). *La epistemología genética*. Madrid, España: Editorial Debate.

Piaget, J. Et al. (1979). *Epistemología de la matemática*. Buenos Aires, Argentina: PAIDOS.

Piaget, J. (1978). *Introducción a la epistemología genética. El pensamiento matemático*. Buenos Aires, Argentina: PAIDOS.

Rendón, S. y Navarro, E. (2007). Estudio sobre el rendimiento en matemáticas en España a partir de los datos del informe pisa 2003. Un modelo jerárquico de dos niveles. *REICE - Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 5(3), 118-136. Recuperado de http://www.rinace.net/arts/vol5num3/art13.pdf

Reverand, E. (2004). Construyendo la aritmética formal a partir de la informal: un estudio de caso. *Revista de Pedagogía. 25*(72), 7-72.

Roque, J. (2009). *Influencia de la enseñanza de la matemática basada en la resolución de problemas en el mejoramiento del rendimiento académico. El caso de los ingresantes a la Escuela de Enfermería de la Universidad Alas Peruanas*, (tesis de maestría). Universidad Nacional Mayor de San Marcos, San Marcos, Perú.

Rubio, M. y Varas, J. (1999). El análisis de la realidad en la intervención social. Métodos y técnicas de investigación. Madrid, España: Editorial CCS.

Sáinz, M. y Argos, J. (2005). *Educación infantil. Contenidos, procesos y experiencias*. Madrid, España: NARCEA.

Salum, A., Marín, R. y Reyes, C. (2011). Autoconcepto y rendimiento académico en estudiantes de escuelas secundarias públicas y privadas de ciudad victoria, Tamaulipas, México. *Revista Internacional de Ciencias Sociales y Humanidades, SOCIOTAM*, *XXI(1)* 207-229.

Sánchez, A. (2011). Etnia y rendimiento académico en Colombia. *Revista de Economía del Rosario*, 14(2), 189 – 227.

Socas, M., y Camacho, M. (2003). Conocimiento matemático y enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria. Algunas reflexiones. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, *X* (2), 151-171.

Tejedor, F. (2000). El diseño y los diseños en la evaluación de Programas. *Revista de Investigación Educativa*, *18(2),* 319-339.

UNESCO (2015) *Informe de resultados Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE) Logros de Aprendizaje.* Recuperado de http://www.unesco.org/new/fileadmin/MULTIMEDIA/FIELD/Santiago/pdf/TERCE-Cuadernillo2-Logros-aprendizaje-WEB.pdf

UNESCO (2015). *Informe de resultados Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE) Logros de Aprendizaje. Resumen ejecutivo*. Recuperado de http://www.unesco.org/new/fileadmin/MULTIMEDIA/FIELD/Santiago/pdf/Cuadernillo2.pdf

Villalba, A. y Salcedo, M. (2008). El rendimiento académico en el nivel de educación media como factor asociado al rendimiento académico en la universidad. *Sergio Arboleda,* 8(15), 163-186.

Villarroel, R., Jiménez, J., Rodríguez, C., Peake, C. y Bisschop, E. (2013). El rol de la escritura de números en niños con y sin dificultades de aprendizaje en matemáticas *European Journal of Education and Psychology*, 6(2), 105-115

Zambrano, J. (2012). *Análisis multinivel del rendimiento escolar en matemáticas para grado cuarto de educación básica primaria en Colombia* (tesis de maestría). Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Anexos

Anexo A. Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra.

Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra								
	N	Parámetros normales[a,,b]		Diferencias más extremas			Z de Kolmogorov-Smirnov	Sig. asintót. (bilateral)
		Media	Desviación típica	Absoluta	Positiva	Negativa		
Con. matemático formal	41	,44	,138	,113	,113	-,098	,726	,667
lectura y escritura de números	41	,84	,120	,410	,273	-,410	2,624	,000
tablas de suma y resta	41	,34	,205	,145	,145	-,124	,927	,357
calculo formal	41	,19	,186	,316	,316	-,156	2,021	,001
conceptos formales	41	,47	,171	,265	,265	-,198	1,697	,006
Nota definitiva	41	7,30	,930	,083	,081	-,083	,531	,941
Nota por nivel	41	2,1707	,54325	,379	,379	-,303	2,430	,000
Competencia académica	41	3,62	,812	,313	,223	-,313	2,006	,001

a. La distribución de contraste es la Normal.

b. Se han calculado a partir de los datos.

c. La distribución no tiene varianza para esta variable. No es posible realizar la prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra.

Anexo B. Manual de instrucción Prueba TEMA-3 (Prueba A)

1. NUMERACIÓN INTUITIVA (INFORMAL)

MATERIALES: Tarjeta A1-a con un dibujo de 2 gatos en fila, Tarjeta A1-b con un gato, y Tarjeta A1-c con 3 gatos en fila.

PROCEDIMIENTO: Para la parte a, enseñe la Tarjeta A1-a y pregunte al niño: “¿CUANTOS GATOS VES?”. Para la parte b, enseñe la Tarjeta A1-b y repita la pregunta. Para la parte c, enseñe la Tarjeta A1-c y repita nuevamente la misma pregunta.

2. MOSTRAR (#) DEDOS: 1, 2, MUCHOS (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Para la parte a, pida al niño: “MUESTRAME DOS DEDITOS”. Para la parte b diga: “MUESTRAME UN DEDITO”. Para la parte c diga: “MUESTRAME CINCO DEDITOS”.

3. CONTEO VERBAL DE UNO EN UNO: 1 AL 5 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Sostenga 5 dedos en el aire y dígale al niño: “¿PODRÍAS CONTAR ESTOS DEDOS?”. Si el niño se queda en silencio, dígale: “CUENTALOS PARA MI. (Pausa). AHORA TU”.

4. PERCEPCIÓN DE “HAY MÁS”: HASTA 10 ITEMS (INFORMAL)

MATERIALES: Tarjeta A4-p (10 vs. 2 puntos), A4-a (7 vs. 3 puntos), A4-b (2 vs. 8 puntos), A4-c (1 vs. 6 puntos), y A4-d (9 vs. 4 puntos).

PROCEDIMIENTO: Para practicar, enseñe al niño la Tarjeta A4-p y diga: “VAMOS A JUGAR AL JUEGO DE “DONDE HAY MAS. EN ESTA TARJETA HAY PUNTOS DE ESTE LADO Y DE ESTE OTRO LADO. MIRA CON CUIDADO Y MUESTRAME EL

LADO QUE MÁS PUNTO TENGA". Si el niño lo hace correctamente, diga: "ES CORRECTO. ESTE LADO TIENE MÁS". Si el niño no lo hace correctamente, diga: "NO, ESTE LADO TIENE MÁS. MIRA, TIENE MUCHOS PUNTOS (Haga un gesto exagerado circular sobre el lado que tiene 10 puntos). ESTE LADO NO TIENE MÁS PUNTOS. SOLO TIENE UNOS POCOS PUNTOS. (Haga un gesto circular pequeño sobre el lado que tiene dos puntos). Luego administre las partes "a" a la "d" (Tarjetas A4-a hasta A4-d) en orden. Presente rápidamente cada una, durante 5 segundos. En cada presentación diga: "SEÑALA EL LADO QUE TIENE MÁS PUNTOS". Si el niño intenta contar los puntos, diga: "CON SOLO MIRAR ¿PODRÍAS DECIRME EN QUE LADO HAY MÁS PUNTOS?" Suspenda la prueba del ítem una vez el niño se equivoque en cualquiera de las tarjetas, excepto en la tarjeta de práctica.

5. **PRODUCCIÓN NO VERBAL: 1 AL 4 (INFORMAL)**

MATERIALES: 12 monedas y tres Tarjetas de 5x8 pulgadas.

PROCEDIMIENTO: Diga al niño: "VAMOS A JUGAR UN JUEGO DE ESCONDIDAS. OBSERVA". Coloque una moneda en una tarjeta (en la hoja del examinador) y permita que el niño la vea por unos 3 segundos. Luego cubra la moneda con la segunda Tarjeta (la hoja de cubierta). Ponga la tercera Tarjeta (la hoja del niño) en frente del niño y diga: "HAZ LA TUYA IGUAL A LA MIA". Si el niño no responde, diga: "COLOCA EN TU HOJA LA MISMA CANTIDAD DE MONEDAS QUE TENGO YO CUBIERTA CON MI HOJA." Si el niño no responde correctamente, enseñe al niño la moneda en la hoja del examinador y coloque una moneda en la hoja del niño y diga: "AHORA LA TUYA ES IGUAL A LA MIA". Luego retire la moneda de ambas, la hoja del examinador y la hoja del niño, e inténtelo de nuevo. Si el niño responde correctamente, diga: “SI, EL TUYO ES IGUAL AL MIO; TU OBTIENES EL PUNTO. PERO SI LO HUBIERAS COLOCADO ASÍ (coloque una segunda moneda a la hoja del niño), O ASÍ (retire ambas monedas de la hoja del niño), ENTONCES LA TUYA NO HUBIESE SIDO IGUAL A LA MÍA, Y YO HUBIESE OBTENIDO EL PUNTO”. Luego de este ejercicio de práctica, presente los siguientes ejercicios de la misma manera:

Ejercicio a. 2 monedas

Ejercicio b. 4 monedas

Ejercicio c. 3 monedas

6. **ENUMERACIÓN: 1 AL 5 (INFORMAL)**

MATERIALES: Tarjeta A6-p (2 estrellas), A6-a (4 estrellas), y A6-b (5 estrellas).

PROCEDIMIENTO: *Este procedimiento se usa para el ítem 6 y el ítem 7*. Diga: “JUGUEMOS EL JUEGO DE “ESCONDER LAS ESTRELLAS. TE VOY A MOSTRAR UNAS TARJETAS CON UNAS ESTRELLAS DIBUJADAS EN ELLAS. (Enseñe al niño la Tarjeta A6-p). CUENTA LAS ESTRELLAS“. Si el niño no responde, diga: “CUENTA ESTAS ESTRELLAS”. Luego voltee la Tarjeta y diga: “¿CUÁNTAS ESTRELLAS CONTASTE?” Si el niño no responde, diga: “¿CUÁNTAS ESTRELLAS ESTOY ESCONDIENDO?” Repita el procedimiento con las Tarjetas A6-a y A6-b.

7. **REGLA DE CARDINALIDAD (INFORMAL)**

*Ver ítem 6.

La puntuación de este ítem se basa en la respuesta dada a la pregunta “¿CUANTAS ESTRELLAS HAS CONTADO?” de las láminas A6-a y A6-b. Para superarlo el niño debe identificar el último número contado como el total de estrellas de las láminas A6-a y A6-b. Es decir, el niño debe indicar que contó “cuatro” en la lámina A6-a y “cinco” en la lámina A6-b. Si un niño responde a la lámina A6-a contando, por ejemplo, “HAY UNO, DOS, TRES, CUATRO ESTRELLAS”, pero no indica cuántas estrellas hay en total, se debe puntuar este ítem como incorrecto.

8. **SUMA Y RESTA (CONCRETA) NO VERBAL (INFORMAL)**

MATERIALES: 12 monedas y tres Tarjetas de 5x8 pulgadas.

PROCEDIMIENTO: Diga: “VAMOS A JUGAR UN JUEGO DE ESCONDIDAS. OBSERVA.” Coloque una moneda en una tarjeta (en la hoja del examinador). Luego de 3 segundos cubra la moneda con la segunda Tarjeta (la hoja de cubierta). Ponga la tercera Tarjeta (la hoja del niño) en frente del niño y diga: “HAZ LA TUYA IGUAL A LA MIA”. Si el niño no responde, diga: “SACA LA MISMA CANTIDAD DE MONEDAS QUE TENGO YO CUBIERTA CON MI HOJA.” Si el niño no responde correctamente, enseñe al niño las 2 monedas en la hoja del examinador y diga: “LA TUYA NO ES IGUAL A LA MIA”. Luego intente el ejercicio de prueba nuevamente. Si el niño responde correctamente, diga: “SI, EL TUYO ES IGUAL AL MIO; TU OBTIENES EL PUNTO. PERO SI LO HUBIERAS COLOCADO ASÍ (coloque una tercera moneda a la hoja del niño), O ASÍ (retire dos monedas de la hoja del niño, dejando solo 1), ENTONCES LA TUYA NO

HUBIESE SIDO IGUAL A LA MÍA, Y YO HUBIESE OBTENIDO EL PUNTO". Luego presente los siguientes 5 ejercicios, repitiendo cada vez: "HAS LA TUYA IGUAL A LA MIA".

Ejercicio a. Coloca 2 monedas en la hoja del examinador (espere 3 segundos), cúbralas, coloque afuera 1 moneda más (espere 3 segundos), luego deslícela por debajo de la hoja de cubierta también (2+1). Diga: "HAZ LA TUYA IGUAL A LA MIA".

Ejercicio b. Coloque 2 monedas en la hoja del examinador (espere 3 segundos), cúbralas, tome una moneda de debajo de la hoja de cubierta y colóquela junto a la hoja del examinador para que el niño la pueda ver (espere 3 segundos), y retire la moneda (2-1). Diga: "HAZ LA TUYA IGUAL A LA MIA". Complete los siguientes ejercicios de adición y substracción no verbal usando los mismos procedimientos de los ejercicios "a" y "b". (Suspenda la prueba después de que el niño haga 2 ejercicios incorrectos).

Ejercicio c. 1 + 3

Ejercicio d. 4 – 3

Ejercicio e. 2 + 2

9. **CONSTANCIA NUMÉRICA (INFORMAL)**

MATERIALES: 5 monedas

PROCEDIMIENTO: Diga: "VOY A CONTAR UNAS MONEDAS. LUEGO, VOY A MOVER LAS MONEDAS ALREDEDOR. LUEGO, SIN CONTARLAS, TU ME VAS A DECIR CUANTAS MONEDAS HAY." Para el ejercicio a., saque 3 monedas, póngalas en fila y diga: "OBSERVA MIENTRAS CUENTO ESTAS MONEDAS". Cuente las monedas."UNO, DOS, TRES." Pregunte: "¿CUÁNTAS MONEDAS HAY?" Luego de que el niño responda "Tres", diga: "OBSERVA, AHORA VOY A HACER UNA FIGURA CON LAS MONEDAS". Luego de colocar las monedas en forma de triangulo, pregunte: "¿CUÁNTAS MONEDAS HAY? ¿ME PUEDES DECIR SIN CONTAR?" No deje que el niño repita la cuenta. Cubra las monedas si es necesario. Para el ejercicio b., repita el procedimiento con 5 monedas. Luego de que el niño este de acuerdo con que hay 5 monedas, diga: "OBSERVA, AHORA YO VOY A HACER UN CIRCULO CON LAS MONEDAS". Para el ejercicio c., repita el procedimiento con 4 monedas pero revuelva la fila de monedas para que queden todas juntas sin orden.

10. FORMAR CONJUNTOS: HASTA 5 ÍTEMS (INFORMAL)

MATERIALES: 10 monedas

PROCEDIMIENTO: Coloque las 10 monedas sobre la mesa y diga: "DAME TRES MONEDAS" (Ejercicio a.). Si el niño lo hace, diga: "BIEN. AHORA DAME 5 MONEDAS" (Ejercicio b.). Si el niño simplemente cuenta todas las monedas en cualquiera de los dos ejercicios, a. o b., diga: "CONTASTE ESAS MONEDAS MUY BIEN. AHORA DAME SOLAMENTE__MONEDAS.

11. MOSTRAR (#) DEDOS HASTA 5 (INFORMAL)

PROCEDMIENTO: Diga: "VAMOS A HACER GIMNASIA CON LOS DEDOS. MUESTRAME 2 DEDOS." Si el estudiante lo hace bien, diga: "BIEN, LEVANTASTE 2 DEDOS ASÍ". Continúe con los ejercicios. Si el estudiante usa sus dedos para simbolizar un número, diga: "¿HAY ALGUNA OTRA MANERA EN QUE ME PUEDAS

MOSTRAR ESE NÚMERO? SACA__DEDOS". Detenga la aplicación después de que el estudiante haya fallado dos ejercicios.

Ejercicio a. Diga: "LEVANTA 3 DEDOS"

Ejercicio b. Diga: "LEVANTA 5 DEDOS"

Ejercicio c. Diga: "LEVANTA 4 DEDOS"

12. CONTEO VERBAL DE UNO EN UNO: 1 AL 10 (INFORMAL)

MATERIALES: 10 monedas

PROCEDIMIENTO: Enseñe las monedas al niño. Diga: "VAMOS A JUGAR AL JUEGO DE CONTAR. CUENTA CONMIGO A MEDIDA QUE SEÑALO CADA MONEDA". Señale, por turnos, las 3 primeras monedas a medida que cuenta con el niño: "UNO, DOS, TRES". Luego diga: "AHORA, SIGUES CONTANDO TU". Continúe señalando cada moneda, pero deje que el niño diga los números de la cuenta por sí solo. Si el niño no cuenta, diga: "CUANDO CONTAMOS DECIMOS, 1, 2, 3, Y LUEGO VIENE…"

13. NÚMERO QUE VIENE DESPUÉS: 1 AL 9 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "CUENTA CONMIGO; 1, 2, 3, 4, ¿Y LUEGO VIENE?" Si el niño no responde, "cinco", entonces pare el ejercicio. Si el niño responde correctamente, diga: "SUPON QUE ESTAMOS CONTANDO Y LLEGAMOS AL 3. ¿QUÉ NÚMERO SIGUE; 3 Y LUEGO VIENE?" Si el niño no responde o responde de manera incorrecta, diga: "TRES, Y LUEGO VIENE 4". Luego continúe con los siguientes ejercicios:

Ejercicio a. Diga: "¿9 Y LUEGO VIENE?"

Ejercicio b. Diga: “¿5 Y LUEGO VIENE?”

Ejercicio c. Diga: “¿7 Y LUEGO VIENE?”

14. LECTURA: NÚMEROS DE UN SOLO DIGITO (FORMAL)

MATERIALES: Tarjetas A14-a (con el número 2), Tarjeta A14-b (con el número 5), y Tarjeta A14-c (con el número 6).

PROCEDIMIENTO: Enseñe al niño la Tarjeta A14-a y diga: “¿QUÉ NÚMERO ES ESTE?” Si el niño no responde, anímelo diciendo: “DIME QUÉ NÚMERO ES ESTE” Continúe con las mismas instrucciones para las Tarjetas A14-b y A14-c.

15. ESCRITURA: NÚMEROS DE UN SOLO DÍGITO (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato A) y un lápiz.

PROCEDIMIENTO: Diga: “VOY A DECIRTE ALGUNOS NÚMEROS Y ME GUSTARÍA QUE LOS ESCRIBIERAS AQUÍ, EN ESTA HOJA DE TRABAJO”. Señale el espacio A15 en la hoja de trabajo. Diga: “EL PRIMER NÚMERO ES EL 7”. Haga una pausa para que el niño escriba. Luego diga: “EL SIGUIENTE NÚMERO ES 3”. Después de que el niño haya escrito el número, diga: “EL ÚLTIMO NÚMERO ES 9”. Los números escritos al revés- por ejemplo: por 7 se consideran como correctos. La caligrafía no se tiene en consideración; los números desaliñados son aceptables.

16. MODELAMIENTO CONCRETO SOBRE PROBLEMAS ORALES DE SUMA: SUMAS HASTA EL 9 (INFORMAL)

MATERIALES: 10 monedas

PROCEDIMIENTO: Diga: “TE VOY A CONTAR ALGUNAS HISTORIAS ACERCA DE UN NIÑO LLAMADO JOSÉ Y SU DINERO. PUEDES USAR TUS DEDOS, ESTAS MONEDAS, O CUALQUIER MANERA QUE QUIERAS PARA ENCONTRAR LA SOLUCIÓN.” Si el niño no usa sus dedos o las monedas y responde de manera incorrecta, anímelo diciendo: “USA TUS DEDOS O ESTAS MONEDAS PARA ENCONTRAR CUANTO SON 5 MONEDAS MÁS 2 MONEDAS MÁS.” Luego de exponer cada uno de los problemas presentados en los ejercicios de abajo, ponga cualquiera de las monedas usadas anteriormente en una sola pila. Cada vez, no le diga al niño si la respuesta es correcta o incorrecta. Detenga la prueba luego de que el niño responda incorrectamente dos de los ejercicios.

Ejercicio a. Diga: “JOSÉ TIENE 1 MONEDA, Y LE DAN 2 MÁS. ¿CUÁNTAS MONEDAS TIENE EN TOTAL? SI QUIERES, PUEDES USAR TUS DEDOS O ESTAS MONEDAS PARA QUE TE AYUDEN A ENCONTRAR LA RESPUESTA.

Ejercicio b. Diga: “JOSÉ TIENE 4 MONEDAS, Y LE DAN 3 MÁS. ¿CUÁNTAS MONEDAS TIENE EN TOTAL? SI QUIERES, PUEDES USAR TUS DEDOS O ESTAS MONEDAS PARA QUE TE AYUDEN A ENCONTRAR LA RESPUESTA.

Ejercicio c. Diga: “JOSÉ TIENE 3 MONEDAS, Y LE DAN 2 MÁS. ¿CUÁNTAS MONEDAS TIENE EN TOTAL? SI QUIERES, PUEDES USAR TUS DEDOS O ESTAS MONEDAS PARA QUE TE AYUDEN A ENCONTRAR LA RESPUESTA.

17. CONCEPTO “LA PARTE Y EL TODO” (INFORMAL)

MATERIALES: 10 monedas

PROCEDIMIENTO: Diga: “TE VOY A CONTAR UNOS PROBLEMAS DE HISTORIAS. PUEDES USAR TUS DEDOS, ESTAS MONEDAS, PENSAR EN TU CABEZA, O ADIVINAR PARA ENCONTRAR LA RESPUESTA”.

Ejercicio a. Diga: “ANGIE COMPRÓ UNOS DULCES. SU MADRE LE COMPRÓ 3 DULCES MÁS. AHORA ANGIE TIENE 5 DULCES. ¿CUÁNTOS DULCES COMPRÓ ANGIE?”

Ejercicio b. Diga: “BLANCA TENÍA UNAS MONEDAS. ELLA PERDIÓ 2 MONEDAS JUGANDO. AHORA ELLA TIENE 7 MONEDAS. ¿CUÁNTAS MONEDAS TENÍA BLANCA ANTES DE QUE EMPEZARA A JUGAR?”

Ejercicio c. Diga: “ANTES DEL CONCURSO DE BOLITAS DE UÑITA, CARLOS TENÍA UNAS BOLITAS DE UÑITA. ÉL GANÓ 4 BOLITAS DE UÑITA MÁS EN EL CONCURSO. AHORA TIENE 7 BOLITAS DE UÑITA. ¿CUÁNTAS BOLITAS DE UÑITA TENÍA CARLOS ANTES DEL CONCURSO DE BOLITAS DE UÑITA?

Ejercicio d. Diga: “DIEGO TENÍA UNOS DULCES EN SU LONCHERA. ÉL SE COMIÓ 3 DULCES EN LA HORA DE ALMUERZO. QUEDARON 4 DULCES EN SU LONCHERA. ¿CUÁNTOS DULCES TENÍA DIEGO EN SU LONCHERA ANTES DE QUE SE COMIERA SU ALMUERZO?

18. REPRESENTACIÓN ESCRITA DE CONJUNTOS HASTA 5 (FORMAL)

MATERIALES: Tarjeta A18-a (2 perros), Tarjeta A18-b (4 gatos), Tarjeta A18-c (3 leones), tarjeta A18-d (5 tigres), hoja de trabajo (formato A) y un lápiz.

PROCEDIMIENTO: Diga: “AQUÍ HAY UN DIBUJO DE ALGUNOS PERROS” (Muestre al niño la Tarjeta A18-a, de tal forma que el niño pueda verla pero usted no) “YO NO PUEDO VER CUÁNTOS PERROS HAY. USA ESTE PAPEL Y ESTE LÁPIZ (señale el espacio para A18 en la hoja de trabajo) PARA MOSTRARME CUANTOS PERROS HAY”. Si el niño dibuja los perros, diga: “¿PUEDES MOSTRARME CUÁNTOS PERROS HAY DE UNA MANERA DIFERENTE A LOS DIBUJOS?” Si el niño responde a la Tarjeta A18-a dibujando garabatos, marcas, círculos, o un número, repita el procedimiento con las Tarjetas A18-b, A18-c y A18-d. Si el niño no puede hacer este ítem, deténgase y siga con el ítem A19.

19. ESCOGER EL NÚMERO MÁS GRANDE: COMPARACIÓN DE NÚMEROS 1 AL 5 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “IMAGINA QUE TIENES 10 MONEDAS Y YO SÓLO TENGO 1. ¿QUIÉN TIENE MÁS? TU TIENES MÁS ¿CIERTO? AHORA QUIERO QUE TU ME DIGAS ¿CUÁL ES MÁS, 4 ó 5? (Pausa) ¿2 ó 1? (Pausa) ¿4 O 3? (Pausa) ¿2 ó 3? (Pausa) ¿5 ó 4?”

20. ESCOGER EL NÚMERO MÁS GRANDE: COMPARACIÓN DE NÚMEROS 5 AL 10 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “IMAGINA QUE TIENES 10 MONEDAS Y YO SÓLO TENGO 1. ¿QUIÉN TIENE MÁS? TU TIENES MÁS ¿CIERTO? AHORA QUIERO QUE TU ME DIGAS ¿CUAL ES MÁS, 7 ó 6? (Pausa) ¿8 ó 9? (Pausa) ¿6 ó 5? (Pausa) ¿8 ó 7? (Pausa) ¿9 ó 10?”

21. CONTEO VERBAL DE UNO EN UNO: HASTA 21 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "ME GUSTARÍA QUE CONTARAS EN VOZ ALTA PARA MI. YO TE AVISO CUANDO PARAR." Si el niño calla, diga: "CUENTA EN VOZ ALTA CONMIGO, ASÍ: 1, 2, 3… AHORA SIGUE TU HASTA LO MÁS ALTO QUE PUEDAS LLEGAR". Si el niño cuenta correctamente, deténgalo en el 42 (ya que esto es relevante para el ítem 31). Si el niño deja de contar correctamente antes del 42, pregunte al niño qué número viene a continuación y apresure al niño a que continúe. Considere que el ítem está completo cuando el niño haga su primer error, o si el niño suspende y afirma que no puede seguir contando más allá.

22. CONTAR DESPUÉS DE: NÚMEROS DE DOS DÍGITOS HASTA 40 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "AHORA VAS A CONTAR DESPUÉS DE MI: 1, 2, 3, 4, ¿Y LUEGO VIENE?" Si el niño no responde, "cinco", entonces pare la prueba. Si el niño responde correctamente, diga: "SUPONGAMOS QUE ESTAMOS CONTANDO Y LLEGAMOS A 3. ¿QUÉ NÚMERO SIGUE; 3 Y LUEGO VIENE…?" Si el niño no responde o responde incorrectamente, diga: "TRES Y LUEGO VIENE 4" Luego continúe con los siguientes ejercicios:

Ejercicio a. Diga: "24 ¿Y LUEGO VIENE?"

Ejercicio b. Diga: "33 ¿Y LUEGO VIENE?"

23. ENUMERACIÓN: 6 A 10 ÍTEMS (INFORMAL)

MATERIALES: Tarjetas A23-a (con 9 puntos) y A23-b (con 10 puntos).

PROCEDIMIENTO: Diga: “CUENTA ESTOS PUNTOS CON TU DEDO Y DIME CUANTOS HAY. HAZLO CUIDADOSAMENTE.” Si el niño no señala con su dedo, diga: “ASEGURATE DE TOCAR CADA PUNTO A MEDIDA QUE LOS CUENTAS”. Entregue al niño la Tarjeta A23-a y luego, después de que complete la cuenta de la tarjeta, entréguele la Tarjeta A23-b.

24. CUENTA REGRESIVA DESDE EL 10 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA QUISIERA QUE CONTARAS HACIA ATRÁS, COMO CUANDO VA A DESPEGAR UN COHETE. POR EJEMPLO, 3, 2, 1, DESPEGUE. AHORA TU CUENTAS HACIA ATRÁS, DESDE EL 10”.

25. PARTIR EQUITATIVAMENTE: DIVISIÓN IGUAL DE CANTIDADES PEQUEÑAS (INFORMAL)

MATERIALES: 12 monedas

PROCEDIMIENTO: Diga: “VOY A CONTARTE UNOS PROBLEMAS DE HISTORIAS. PUEDES USAR ESTAS MONEDAS SI TU QUIERES.”

Ejercicio a. Diga: “LA MAMÁ DE MÓNICA Y ALEJANDRA HORNEO 12 GALLETAS. SI LAS NIÑAS COMPARTIERAN DE MANERA JUSTA LAS GALLETAS ¿CUÁNTAS GALLETAS RECIBIRÍA CADA UNA?” Si el niño usa una estrategia de división exitosa, pregunte: “¿CADA NIÑA TIENE LA MISMA CANTIDAD?” Si el niño empieza a contar, pregunte: “¿PUEDES DECIRME SIN CONTAR?” Anote si el niño puede responder sin contar.

Ejercicio b. Diga: “MÓNICA Y ALEJANDRA PENSARON QUE SERÍA AGRADABLE QUE SU MAMÁ PARTICIPARA DE SU FIESTA DE GALLETAS. SI LAS 12

GALLETAS FUERON REPARTIDAS IGUALMENTE ENTRE MÓNICA, ALEJANDRA Y SU MAMÁ ¿CUÁNTAS GALLETAS RECIBIRÍA CADA UNA?” Si el niño usa una estrategia de división exitosa, pregunte: “¿CADA NIÑA TIENE LA MISMA CANTIDAD?” Si el niño empieza a contar, pregunte: “¿PUEDES DECIRME SIN CONTAR?” Anote si el niño puede responder sin contar.

26. SUMA MENTAL: SUMAS DE 5 HASTA 9 (INFORMAL)

MATERIALES: 10 monedas

PROCEDIMIENTO: Coloque 2 monedas en su mano izquierda y una moneda en su mano derecha. Diga: “MIRA ESTO. TENGO 2 MONEDAS EN ESTA MANO, Y 1 MONEDA EN ESTA MANO. ¿VES? Ahora cierre sus manos para que el niño no pueda ver las monedas. AHORA JUNTO TODAS LAS MONEDAS. ¿CUÁNTO ES 2 Y 1 POR TODO?” Si el niño responde correctamente, diga: “ES CORRECTO. TENGO 3 MONEDAS POR TODO. PRIMERO TENÍA 2 EN ESTA MANO, Y 1 EN ESTA OTRA MANO, ASÍ QUE POR TODO TENGO 3 MONEDAS EN MIS MANOS” Si el niño no responde correctamente, diga: “NO, TENGO 3 POR TODO, PRIMERO TENÍA 2 EN ESTA MANO Y 1 EN ESTA OTRA MANO, ASÍ QUE POR TODO HAY 3 EN MI MANOS”. Ponga las monedas de vuelta en la pila y diga: “HAGAMOS OTRO”. En los siguientes problemas, use los mismos procedimientos descritos arriba.

Ejercicio a. Diga: “TENGO 3 EN ESTA MANO Y 2 EN ESTA OTRA MANO. AHORA LAS PONGO TODAS JUNTAS. ¿CUÁNTO ES 3 Y 2 POR TODO?”

Ejercicio b. Diga: “TENGO 4 EN ESTA MANO Y 3 EN ESTA OTRA MANO. AHORA LAS PONGO TODAS JUNTAS. ¿CUÁNTO ES 4 Y 3 POR TODO?”

Ejercicio c. Diga: “TENGO 5 EN ESTA MANO Y 2 EN ESTA OTRA MANO. AHORA LAS PONGO TODAS JUNTAS. ¿CUÁNTO ES 5 Y 2 POR TODO?”

27. LINEA NUMÉRICA MENTAL: NÚMEROS DE UN DÍGITO (INFORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A27

PROCEDIMIENTO: Enseñe la Tarjeta A27, y señalando a la casilla de práctica, diga: “HAGAMOS LO SIGUIENTE. AQUÍ ESTÁ EL 6. ¿QUÉ ESTA MÁS CERCA DEL 6, EL 5 O EL 9?” Si el niño responde de manera correcta, diga: “ES CORRECTO, EL 5 ESTÁ MÁS CERCA. SOLO ESTÁ A 1 ESPACIO DEL 6; EL 9 ESTÁ A 3 ESPACIOS DEL 6”. Si el niño responde incorrectamente, diga: “NO, EL 5 ESTÁ MÁS CERCA. SOLO ESTA A 1 ESPACIO DEL 6; EL 9 ESTÁ A 3 ESPACIOS DEL 6”. Después de este ejercicio de práctica, continúe con los ejercicios a continuación, en este orden:

Ejercicio a. Diga: “AQUÍ ESTÁ EL 7. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 7, EL 1 Ó EL 9?”

Ejercicio b. Diga: “AQUÍ ESTÁ EL 6. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 6, EL 4 Ó EL 10?”

Ejercicio c. Diga: “AQUÍ ESTÁ EL 3. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 3, EL 5 Ó EL 9?”

Ejercicio d. Diga: “AQUÍ ESTÁ EL 5. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 5, EL 1 Ó EL 7?”

Ejercicio e. Diga: “AQUÍ ESTÁ EL 8. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 8, EL 1 Ó EL 6?”

Ejercicio f. Diga: “AQUÍ ESTÁ EL 3. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 3, EL 1 Ó EL 6?”

28. PRODUCCIÓN DE CONJUNTOS: HASTA 19 ÍTEMS (INFORMAL)

MATERIALES: 25 monedas

PROCEDIMIENTO: Diga: "AQUÍ HAY UN MONTÓN DE MONEDAS. DAME EXACTAMENTE 19. SÓLO SACA 19".

29. LECTURA DE NÚMEROS: 10 AL 19 (FORMAL)

MATERIALES: Tarjeta A29

PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la Tarjeta A29, y señalando al 10, diga: "¿QUÉ NÚMERO ES ESTE?" O, si es necesario "LEE ESTE NÚMERO PARA MI". Luego repita con el 13 y el 16. Si el niño simplemente lee los números de manera individual ("uno, cero" o "uno, tres"), diga: "¿DE QUÉ OTRA FORMA PODEMOS LLAMAR ESTE NÚMERO?"

30. ESCRITURA DE NÚMERO DE DOS DÍGITOS (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato A) y un lápiz.

PROCEDIMIENTO: Diga: "VOY A DECIRTE UNOS NÚMEROS Y ME GUSTARÍA QUE LOS ESCRIBIERAS EN ESTA HOJA AQUÍ". Señalando el espacio A30, diga: "EL PRIMER NÚMERO ES 23". Haga una pausa para que el niño escriba. Luego diga: "EL SEGUNDO ES 97". Dígitos invertidos (uno o ambos escritos de derecha a izquierda)- por ejemplo,  por 97- se consideran como correctos. Si el orden de los números es invertido (los números de un dígito en el lugar de los números decenales, y viceversa)- por ejemplo,  ó 32 por 23- no es correcto. La caligrafía no se tiene en consideración; números desaliñados son aceptables.

31. CONTEO DE UNO EN UNO DE MANERA VERBAL: HASTA 42 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “ME GUSTARÍA QUE CONTARAS EN VOZ ALTA PARA MI. YO TE DIRE CUANDO PARAR”. Si el niño guarda silencio, diga: “CUENTA CONMIGO EN VOZ ALTA, ASÍ: 1, 2, 3…AHORA SIGUE CONTANDO TU, TAN LEJOS COMO PUEDAS LLEGAR”. Si el niño cuenta de manera correcta, dígale que pare en el 42. Si el niño deja de contar correctamente antes del 42, pregunte qué número sigue y luego apresure al niño a continuar. Considere el ítem como finalizado cuando el niño cometa su primer error o cuando el niño se detenga porque sostiene que no se considera capaz de seguir contando.

32. CONTANDO DEL SUMANDO MAYOR (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “TE VOY A CONTAR UNAS HISTORIAS ACERCA EL MONSTRUO COME GALLETAS. PUEDES ENCONTRAR LAS RESPUESTAS A ESTAS HISTORIAS DE CUALQUIER MANERA QUE QUIERAS”. Presente al niño el ejercicio de práctica diciendo: “LA MAMÁ DEL MONSTRUO COME GALLETAS LE DIO 4 GALLETAS, DESPUES EL MONSTRUO COME GALLETAS TOMO 1 GALLETA MÁS DEL FRASCO DE GALLETAS. ¿CUÁNTO SON 4 GALLETAS Y 1 GALLETA MÁS POR TODO?” Luego presente los siguientes tres ejercicios:

Ejercicio a. Diga: “LA NIÑERA DEL MONSTRUO COME GALLETAS LE DIÓ 2 GALLETAS. CUANDO EL MONSTRUO COME GALLETAS LE PIDIÓ MÁS GALLETAS, ELLA LE DIO 7 GALLETAS MÁS. ¿CUÁNTO SON 2 GALLETAS Y 7 GALLETAS MÁS POR TODO?”

Ejercicio b. Diga: “EL MONSTRUO COME GALLETAS TENIA 4 GALLETAS EN SU LONCHERA. COMO TENÍA MUCHA HAMBRE, COMPRÓ 8 GALLETAS MÁS EN LA CAFETERÍA. ¿CUÁNTO SON 4 GALLETAS Y 8 GALLETAS MÁS POR TODO?”

Ejercicio c. Diga: “A LA HORA DE DORMIR, EL MONSTRUO COME GALLETAS SE COMIÓ 3 GALLETAS QUE SU MAMÁ LE DIO, Y 9 MÁS QUE HABÍA ESCONDIDO DEBAJO DE SU CAMA. ¿CUÁNTO SON 3 GALLETAS Y 9 GALLETAS MÁS POR TODO?”

33. CONTEO POR DECENAS: HASTA 90 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “CUENTA DE DIEZ EN DIEZ, ASÍ: 10, 20, 30…AHORA SIGUE TU”.

34. CONMUTATIVIDAD SIMBÓLICA ADITIVA (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato A) y un lápiz

PROCEDIMIENTO: Diga: “TU PROFESOR TIENE QUE CALIFICAR UN EXÁMEN DE MATEMÁTICA Y TE PIDE QUE LO AYUDES. EL EXÁMEN SE TRATABA DE LEER UN PROBLEMA ESCRITO Y ESCRIBIR UNA FRASE DE NÚMEROS PARA EL PROBLEMA ESCRITO. TIENES QUE DECIDIR SI CADA FRASE DE NÚMEROS ES CORRECTA PARA EL PROBLEMA ESCRITO.”

Ejercicio a. Trata de un problema de adición de la parte y el todo/faltante- todo**.** Diga: “EL PRIMER PROBLEMA ESCRITO ES: SERGIO TENÍA 9 MONEDAS EN UNA MANO, Y 7 MONEDAS EN SU OTRA MANO. ¿CUÁNTAS MONEDAS TIENE EL EN TOTAL EN SUS DOS MANOS? ¿QUÉ FRASES DE NÚMEROS AQUÍ (Señale al ejercicio “a” en la casilla A34) SON CORRECTAS Y QUÉ FRASES DE NÚMEROS SON

INCORRECTAS PARA ESTE PROBLEMA ESCRITO? HAZ UN CÍRCULO EN CUALQUIER FRASE DE NÚMEROS CORRECTA, Y UNA CRUZ A CUALQUIERA QUE SEA INCORRECTA". Las opciones (en la hoja de trabajo) son: 9 + 7 (correcto, representación directa), 7 + 9 (correcta, representación conmutada), 10 + 6 (la misma sumatoria pero incorrecta), 9 + 9 (incorrecta), 9 – 7 (incorrecta).

Ejercicio b. Trata de un problema escrito de cambio- quitar-remover/substracción. Diga: "EL SEGUNDO PROBLEMA ESCRITO ES: CARLOS TENÍA 8 DULCES. EL SE COMIÓ 5 DE ESOS DULCES. ¿CUÁNTOS DULCES LE QUEDABAN A CARLOS? POR CADA FRASE DE NÚMEROS (Señale al ejercicio "b" en la casilla A34), HAZ UN CÍRCULO EN CUALQUIER FRASE DE NÚMEROS CORRECTA, Y UNA CRUZ A CUALQUIERA QUE SEA INCORRECTA". Las opciones (en la hoja de trabajo) son: 8 – 5 (correcto), 5 – 8 (incorrecto, conmutada), 6 – 3 (incorrecta), 8 – 4 (incorrecta), 8 + 5 (incorrecta).

Ejercicio c. Trata de un problema escrito de cambio-suma a/adición. Diga: "EL TERCER PROBLEMA ESCRITO ES: BENJÍ TENÍA $7 Y SE GANÓ $6 MÁS, AYUDANDO A SUS VECINOS. ¿CUÁNTOS PESOS TIENE BENJÍ AHORA? POR CADA FRASE DE NÚMEROS (Señale al ejercicio "c" en la casilla A34), HAZ UN CÍRCULO EN CUALQUIER FRASE DE NÚMEROS CORRECTO, Y UNA CRUZ A CUALQUIERA QUE SEA INCORRECTA". Las opciones son: 7 + 6 (correcto, representación directa), 6 + 7 (correcto, conmutado), 10 + 3 (incorrecto), 7 + 7 (incorrecto), 7 – 6 (incorrecto).

35. LECTURA DE NÚMEROS DE DOS DÍGITOS (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A35

PROCEDIMIENTO: Enseñe al niño la Tarjeta A35, y señalando al 28, diga: "¿QUÉ NÚMERO ES ESTE?" O, si es necesario: "LEE ESTE NÚMERO PARA MI". Luego repita este procedimiento con el 47 y el 90. Si el niño simplemente lee cada dígito de manera individual (Ej., "dos, ocho" ó "nueve, cero"), diga: "¿DE QUÉ OTRA MANERA PODEMOS NOMBRAR ESTE NÚMERO?

36. NÚMERO QUE VIENE DESPUÉS: DECENAS (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "SUPONGAMOS QUE ESTAMOS CONTANDO, 1, 2, 3. ¿QUÉ NÚMERO VIENE DESPUÉS? ¿3 Y LUEGO VIENE?" Si el niño no responde o responde de manera incorrecta, diga: "TRES, Y LUEGO VIENE EL 4". Para todos los niños, luego continué con los siguientes ejercicios:

Ejercicio a. Diga: "29 ¿Y LUEGO VIENE?"

Ejercicio b. Diga: "49 ¿Y LUEGO VIENE?"

37. LINEA NUMÉRICA MENTAL: NÚMEROS DE DOS DÍGITOS (INFORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A37

PROCEDIMIENTO: Enseñe la Tarjeta A37, y señalando a la casilla de práctica, diga: "HAGAMOS LO SIGUIENTE. AQUÍ ESTÁ EL 6. ¿QUÉ ESTA MÁS CERCA DEL 6, EL 5 O EL 9?" Si el niño parece confundido, diga: "¿EL 5 ESTÁ MÁS CERCA DEL 6 Ó EL 9 ESTÁ MÁS CERCA DEL 6?" Si el niño responde correctamente, diga: "ASÍ ES, EL 5 ESTÁ MÁS CERCA, SOLO ESTÁ A 1 ESPACIO DEL 6; EL 9 ESTÁ A 3 ESPACIOS DEL 6". Si el niño responde incorrectamente, diga: "NO, EL 5 ESTÁ MÁS CERCA.

SOLO ESTA A 1 ESPACIO DEL 6; EL 9 ESTÁ A 3 ESPACIOS DEL 6". Después de este ejercicio de práctica, continúe con los ejercicios a continuación, en este orden:

Ejercicio a. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 32. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 32, EL 24 Ó EL 61?"

Ejercicio b. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 84. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 84, EL 51 Ó EL 96?"

Ejercicio c. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 48. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 48, EL 24 Ó EL 53?"

Ejercicio d. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 65. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 65, EL 49 Ó EL 99?"

Ejercicio e. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 71. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 71, EL 49 Ó EL 84?"

Ejercicio f. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 53. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 53, EL 22 Ó EL 67?"

38. ENUMERACIÓN: 11 A 20 ÍTEMS (INFORMAL)

MATERIALES: Tarjetas A38-a y A38-b

PROCEDIMIENTO: Entregue al niño la Tarjeta A38-a. Diga: "CUENTA ESTOS PUNTOS CON TU DEDO Y DIME CUANTOS HAY. HAZLO CUIDADOSAMENTE." Si el niño no señala con su dedo, diga: "ASEGURATE DE TOCAR CADA PUNTO A MEDIDA QUE LOS CUENTAS". Después de que complete la cuenta de la Tarjeta A38-a, entréguele la Tarjeta A38-b y siga el mismo procedimiento.

39. CONTAR DESPUÉS DE: NÚMEROS DE DOS DÍGITOS HASTA 90 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "SUPONGAMOS QUE ESTAMOS CONTANDO, 1, 2, 3. ¿QUÉ NÚMERO SIGUE; 3 Y LUEGO VIENE…?" Si el niño no responde o responde incorrectamente, diga: "TRES Y LUEGO VIENE 4" Para todos los niños, continúe con los siguientes ejercicios:

Ejercicio a. Diga: "69 ¿Y LUEGO VIENE?"

Ejercicio b. Diga: "89 ¿Y LUEGO VIENE?"

40. CONTEO VERBAL REGRESIVO DESDE EL 20 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "AHORA QUISIERA QUE CONTARAS HACIA ATRÁS, COMO CUANDO VA A DESPEGAR UN COHETE. POR EJEMPLO, 3, 2, 1, DESPEGUE. AHORA TU CUENTAS HACIA ATRÁS, DESDE EL 20".

41. HECHOS DE SUBSTRACCIÓN: N – N Y N – 1 (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A41

PROCEDIMIENTO: Diga: "AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE "QUITAR". DIME RAPIDAMENTE, CUAL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR". Muestre al niño la Tarjeta A41, casilla de práctica, 2 – 1. "¿CUÁNTO DA SI A 2 LE QUITAS 1? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO DA SI A 2 LE QUITAS 1?" Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio "a" y diga: "AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO DA SI A 2 LE QUITAS 2?" Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio "b" y diga: "¿CUÁNTO DA SI A 4 LE QUITAS 1?" Tape la Tarjeta.

Luego señale el ejercicio “c” y diga: “¿CUÁNTO DA SI A 7 LE QUITAS 7?” Tape la Tarjeta. Por último señale el ejercicio “d” y diga: “¿CUÁNTO DA SI A 9 LE QUITAS 1?” Tape la tarjeta.

42. CONTEO DE DIEZ EN DIEZ DE MANERA VERBAL: 100 HASTA 190 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “ME GUSTARÍA QUE CONTARAS EN VOZ ALTA PARA MI DE 10 EN 10, EMPEZANDO POR 100”. Si el niño guarda silencio, diga: “CUENTA DE 10 EN 10, ASÍ: 100, 110, 120…AHORA SIGUE CONTANDO TU”.

43. HECHOS DE ADICIÓN: SUMAS HASTA 9 (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A43

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE SUMA. DIME RAPIDAMENTE, CUAL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR”. Muestre al niño la Tarjeta A43, casilla de práctica, 2 + 2. “¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO?” Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio “a” y diga: “AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO ES 3 Y 4 POR TODO?” Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio “b” y diga: “¿CUÁNTO ES 6 Y 3 POR TODO?” Tape la Tarjeta.

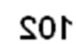
44. LECTURA DE NÚMEROS: NÚMEROS DE TRES DÍGITOS (FORMAL)

MATERIALES: Tarjeta A44

PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la Tarjeta A44, y señalando al 105, diga: “¿QUÉ NÚMERO ES ESTE?” O, si es necesario “LEE ESTE NÚMERO PARA MI”. Luego repita con el 162 y el 280. Si el niño simplemente lee los números de manera individual (“uno, cero, cinco” o “uno, seis, dos”), diga: “¿DE QUÉ OTRA FORMA PODEMOS LLAMAR ESTE NÚMERO?”

45. ESCRITURA DE NÚMERO DE TRES DÍGITOS (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato A) y un lápiz.

PROCEDIMIENTO: Diga: “VOY A DECIRTE UNOS NÚMEROS Y ME GUSTARÍA QUE LOS ESCRIBIERAS EN ESTA HOJA AQUÍ”. Señalando el espacio A45 en la hoja, diga: “EL PRIMER NÚMERO ES 102”. Haga una pausa para que el niño escriba. Luego diga: “EL SEGUNDO NÚMERO ES 290”. Dígitos invertidos- por ejemplo, 201 o  por 102 - se consideran como correctos. La caligrafía no se tiene en consideración; números desaliñados son aceptables.

46. HECHOS DE ADICIÓN: SUMAS DE 10 Y DOBLES PEQUEÑOS (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A46

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE SUMA. DIME RAPIDAMENTE, CUAL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR”. Muestre al niño la Tarjeta A46, casilla de práctica, 2 + 2. “¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO?” Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio “a” y diga: “AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO ES 6 Y 4 POR TODO?” Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio “b” y diga: “¿CUÁNTO ES 3 Y 3 POR TODO?” Tape la Tarjeta. Luego señale el ejercicio "c" y diga: "¿CUÁNTO ES 7 Y 3 POR TODO?" Tape la Tarjeta. Luego señale el ejercicio "d" y diga: "¿CUÁNTO ES 4 Y 4 POR TODO?" Tape la Tarjeta.

47. DECENAS EN UNA CENTENA (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A47

PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la Tarjeta A47 y diga: "EN EL DIBUJO HAY UN BILLETE DE $100. ¿CUÁNTOS BILLETES DE $10 HAY EN UN BILLETE DE $100?" Si el niño parece no entender, diga: "SI TU CAMBIAS EL BILLETE DE $100 EN EL BANCO ¿CUÁNTOS BILLETES DE $10 TE DARÍAN?"

48. CONTAR DESPUÉS DE: TERMINOS DE CIEN (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "SUPONGAMOS QUE ESTAMOS CONTANDO Y LLEGAMOS A 3. ¿QUÉ NÚMERO SIGUE; 3 Y LUEGO VIENE…?" Si el niño no responde o responde incorrectamente, diga: "TRES Y LUEGO VIENE 4" Con todos los niños, continúe con los siguientes ejercicios:

Ejercicio a. Diga: "148, 149 ¿Y LUEGO VIENE?"

Ejercicio b. Diga: "178, 179 ¿Y LUEGO VIENE?"

49. SUMA ESCRITA DE DOS DIGITOS SIN LLEVAR (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato A) y un lápiz.

PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la casilla A49 en la hoja de trabajo. Diga: "HAZ ESTOS PROBLEMAS DE MATEMATICAS".

50. HECHOS DE RESTAS: M – N = N (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A50

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE “QUITAR”. DIME RAPIDAMENTE, CUÁL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR”. Muestre al niño la Tarjeta A50, casilla de práctica, 2 – 1. “¿CUÁNTO DA SI A 2 LE QUITAS 1? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO DA SI A 2 LE QUITAS 1?” Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio “a” y diga: “AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO DA SI A 8 LE QUITAS 4?” Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio “b” y diga: “¿CUÁNTO DA SI A 12 LE QUITAS 6?” Tape la Tarjeta.

51. HECHOS DE ADICIÓN: DOBLES GRANDES (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A51

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE SUMA. DIME RAPIDAMENTE, CUAL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR”. Muestre al niño la Tarjeta A46, casilla de práctica, 2 + 2. “¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO?” Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio “a” y diga: “AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO ES 8 Y 8 POR TODO?” Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio “b” y diga: “¿CUÁNTO ES 7 Y 7 POR TODO?” Tape la Tarjeta.

52. SUMA/RESTA MENTAL: +/- 10 DECADA (FORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “TE VOY A CONTAR UNAS HISTORIAS ACERCA DE JOSE Y SU VIDEO JUEGO. POR CADA HISTORIA, DIME TAN RÁPIDO COMO PUEDAS, CUÁNTOS PUNTOS ANOTO JOSE”.

Ejercicio a. Diga: “EN UN JUEGO DE VIDEO, JOSÉ TENIA 60 PUNTOS Y ANOTO 10 PUNTOS MÁS. CUÁNTOS PUNTOS TIENE POR TODO AHORA?”

Ejercicio b. Diga:” EN UN VIDEO JUEGO, JOSE TENIA 40 PUNTOS Y ANOTO 10 MÁS. CUÁNTOS PUNTOS TIENE POR TODO AHORA?”

Ejercicio c. Diga: “EN UN VIDEO JUEGO, JOSE TENIA 30 PUNTOS Y LUEGO PERDIO 10 PUNTO. CUÁNTOS PUNTOS LE QUEDAN AHORA?”

Ejercicio d. Diga: “EN UN VIDEO JUEGO, JOSÉ TENIA 80 PUNTOS Y ANOTO 10 PUNTOS MÁS. CUÁNTOS PUNTOS TIENE POR TODO AHORA?”

Ejercicio e. Diga: “EN UN VIDEO JUEGO, JOSÉ TENIA 70 PUNTOS Y PERDIO 10 PUNTOS. ¿CUÁNTOS PUNTOS LE QUEDAN AHORA?”

Ejercicio f. Diga: “EN UN VIDEO JUEGO, JOSE TENIA 90 PUNTOS Y PERDIO 10. ¿CUÁNTOS PUNTOS LE QUEDAN AHORA?”

53. CENTENAS EN UN MIL (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A53

PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la Tarjeta A53 y diga: “EN ESTE DIBUJO HAY UN BILLETE DE $1000. ¿CUÁNTOS BILLETES DE $100 HAY EN UN BILLETE DE $1000?” Si el niño parece no entender, diga: “SI TU CAMBIAS EL BILLETE DE $1000 EN EL BANCO ¿CUÁNTOS BILLETES DE $100 TE DARÍAN?”

54. HECHOS DE MULTIPLICACIÓN: N x 0 Y N x 1 (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A54

PROCEDIMIENTO: Diga: "AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN. DIME RAPIDAMENTE CUÁL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ HAY UN PROBLEMA DE PRACTICA. Muestre al niño la Tarjeta A54, casilla de práctica, 2 x 1. "¿CUÁNTO ES 2 VECES 2? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO ES 2 VECES 2?" Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio "a" y diga: "AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO ES 5 VECES 0?" Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio "b" y diga: "¿CUÁNTO ES 3 VECES 1?" Tape la Tarjeta. Luego señale el ejercicio "c" y diga: "¿CUÁNTO ES 8 VECES 0?" Tape la Tarjeta. Luego señale el ejercicio "d" y diga: "¿CUÁNTO ES 6 VECES 1?"

55. PROCEDIMIENTO DE SUBSTRACCION: ALINEACIÓN EN COLUMNAS (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A55

PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la Tarjeta A55, la casilla de práctica. Diga: "A FRANK LE DIJERON QUE ESCRIBIERA LA RESTA 86 MENOS 4. PODRIAS DECIRME SI ELLA ALINEO LOS NÚMEROS DE LA MANERA CORRECTA?" Use las mismas instrucciones para:

Ejercicio a. "98 MENOS 7"

Ejercicio b. "70 MENOS 5"

Ejercicio c. "356 MENOS 24"

Ejercicio d. "468 MENOS 32"

56. HECHOS DE SUBSTRACCIÓN: 10 – N (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A56

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE “QUITAR”. DIME RAPIDAMENTE, CUÁL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR”. Muestre al niño la Tarjeta A50, casilla de práctica, 2 – 1. “¿CUÁNTO DA SI A 2 LE QUITAS 1? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO DA SI A 2 LE QUITAS 1?” Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio “a” y diga: “AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO DA SI A 10 LE QUITAS 3?” Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio “b” y diga: “¿CUÁNTO DA SI A 10 LE QUITAS 6?” Tape la Tarjeta.

57. SUMANDO MULTIPLOS DE 10 (FORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “AQUÍ HAY UNAS PREGUNTAS ACERCA DE SUMAR DINERO. VAMOS A SUPONER QUE TU TIENES ALGÚN DINERO Y YO TE DOY UN POCO MÁS” Presente los siguientes ejercicios en orden:

Ejercicio a. Diga: “SI TU TIENES $9 Y YO TE DOY UN BILLETE DE $10. CUÁNTO DINERO TIENES POR TODO?”

Ejercicio b. Diga: “SI TU TIENES $6 Y YO TE DOY DOS BILLETES DE $10. CUÁNTO DINERO TIENES POR TODO?”

Ejercicio c. Diga: “SI TU TIENES $4 Y YO TE DOY TRES BILLETES DE $10. CUÁNTO DINERO TIENES POR TODO?”

Ejercicio d. Diga: "SI TU TIENES $2 Y YO TE DOY DIEZ BILLETES DE $10. CUÁNTO DINERO TIENES POR TODO?"

Ejercicio e. Diga: "SI TU TIENES $23 Y YO TE DOY UN BILLETE DE $10. CUÁNTO DINERO TIENES POR TODO?"

58. LINEA NUMÉRICA MENTAL: NÚMEROS DE TRES Y CUATRO DÍGITOS (INFORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A58

PROCEDIMIENTO: Enseñe la Tarjeta A58, y señalando a la casilla de práctica, diga: "HAGAMOS LO SIGUIENTE. AQUÍ ESTÁ EL 6. ¿QUÉ ESTA MÁS CERCA DEL 6, EL 5 O EL 9?" Si el niño responde de manera correcta, diga: "ES CORRECTO, EL 5 ESTÁ MÁS CERCA. SOLO ESTÁ A 1 ESPACIO DEL 6; EL 9 ESTÁ A 3 ESPACIOS DEL 6". Si el niño responde incorrectamente, diga: "NO, EL 5 ESTÁ MÁS CERCA. SOLO ESTA A 1 ESPACIO DEL 6; EL 9 ESTÁ A 3 ESPACIOS DEL 6". Después de este ejercicio de práctica, continúe con los ejercicios a continuación, en este orden:

Ejercicio a. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 200. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 200, EL 99 ó EL 400?"

Ejercicio b. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 5000. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 5000, EL 1000 ó EL 8000?"

Ejercicio c. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 700. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 700, EL 300 ó EL 900?"

Ejercicio d. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 5000. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 5000, EL 2000 Ó EL 9000?"

Ejercicio e. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 3500. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 3500, EL 2000 Ó EL 7000?"

59. PROCEDIMIENTO DE ADICIÓN ESCRITA: ALINEAMIENTO (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A59

PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la Tarjeta A59, señale a la casilla de práctica, y diga: "A ANDY LE DIJERON QUE ESCRIBIERA LA SUMA 34 MÁS 5. ALINEO LA SUMA CORRECTAMENTE?" La respuesta es "incorrecta". A continuación, utilice las mismas instrucciones para los siguientes ejercicios:

Ejercicio a. "53 MÁS 4"

Ejercicio b. "156 MÁS 43"

Ejercicio c. "234 MÁS 61"

Ejercicio d. "342 MÁS 51"

60. LECTURA DE NÚMEROS: NÚMEROS DE CUATRO DIGITOS (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A60

PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la Tarjeta A60 y señalando al 1002 diga: "¿QUÉ NÚMERO ES ESTE?" Si el niño no responde, anímelo diciendo: "DIME QUÉ NÚMERO ES ESTE" Luego repita con 4073, y por último con 2301. SI el niño simplemente lee los dígitos de manera individual ("uno, cero, cero, dos" o "dos, tres, cero, uno"), diga: "¿DE QUÉ OTRA FORMA PODEMOS LLAMAR ESTE NÚMERO?"

61. HECHOS DE ADICION: SUMAS 10 AL 19 (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A61

PROCEDIMIENTO: Diga: "AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE SUMA. DIME RAPIDAMENTE, CUAL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR". Muestre al niño la Tarjeta A46, casilla de práctica, 2 + 2. "¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO?" Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio "a" y diga: "AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO ES 8 Y 5 POR TODO?" Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio "b" y diga: "¿CUÁNTO ES 9 Y 7 POR TODO?"

62. SUMAS ESCRITAS: ADENDOS DE DOS DIGITOS Y LLEVANDO (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato A) y lápiz

PROCEDIMIENTO: Muéstrele al niño la casilla A62 en la hoja de trabajo. Diga: "HAZ ESTOS PROBLEMAS DE SUMAS AQUÍ"

63. PROCEDIMIENTO DE ADICIÓN ESCRITA: ADENDOS DE TRES DIGITOS Y LLEVANDO (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato A) y lápiz

PROCEDIMIENTO: Muéstrele al niño la casilla A63 en la hoja de trabajo. Diga: "HAZ ESTOS PROBLEMAS DE SUMAS AQUÍ. MUESTRA TODO TU TRABAJO EN LA HOJA Y DIME QUE VAS HACIENDO. EXPLICAME TODO LO QUE HACES PARA SOLUCIONAR EL PROBLEMA"

64. RESTANDO MULTIPLOS DE 10 (FORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "AQUÍ HAY UNAS PREGUNTAS ACERCA DE RESTAR DINERO. SUPONGAMOS QUE TU TIENES DINERO Y YO TE QUITO UN POCO"

Ejercicio a. Diga: "SI TU TIENES $18 Y YO TE QUITO UN BILLETE DE $10. ¿CUÁNTO TIENES EN TOTAL?"

Ejercicio b. Diga: "SI TU TIENES $35 Y YO TE QUITO DOS BILLETES DE $10. ¿CUÁNTO TIENES EN TOTAL?"

Ejercicio c. Diga: "SI TU TIENES $42 Y YO TE QUITO UN BILLETE DE $10. ¿CUANTO TIENES EN TOTAL?"

Ejercicio d. Diga: "SI TU TIENES $67 Y YO TE QUITO SEIS BILLETES DE $10. ¿CUÁNTO TIENES EN TOTAL?"

Ejercicio e. Diga: "SI TU TIENES $113 Y YO TE QUITO UN BILLETE DE $10. ¿CUÁNTO TIENES EN TOTAL?"

65. RESTA MENTAL: 10 AL 19 MENOS NÚMEROS DE UN SOLO DIGITO (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "AHORA VOY A DARTE ALGUNAS RESTAS PARA QUE RESUELVAS EN TU CABEZA, COMO ESTA: SI TIENES OCHO MANZANAS

Y TE QUITAN 4 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN? INTENTA OBTENER SIEMPRE LA RESPUESTA CORRECTA. PUEDES HACERLO DE CUALQUIER MANERA."

Ejercicio a. Diga: "SI TIENES 17 MANZANAS Y TE QUITAN 8 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN?"

Ejercicio b. Diga: "SI TIENES 18 MANZANAS Y TE QUITAN 6 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN?"

Ejercicio c. Diga: "SI TIENES 16 MANZANAS Y TE QUITAN 5 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN?"

66. MAYOR Y MENOR DIGITO (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A66, hoja de trabajo (formato A)

PROCEDIMIENTO: Muéstrele al niño la Tarjeta A66 y diga: "AQUÍ HAY ALGUNOS NÚMEROS ESCRITOS. EL 3 ES UN NÚMERO DE UN DIGITO PORQUE CUANDO LO ESCRIBES SOLO NECESITAS DE UN NÚMERO. 24 ES UN NÚMERO DE DOS DIGITOS PORQUE AL ESCRIBIRLO NECESITAMOS DOS NÚMEROS. EL 578 ES UN NÚMERO DE TRES DIGITOS PORQUE CUANDO LO ESCRIBES NECESITAS TRES NÚMEROS". Retire la Tarjeta y señale la casilla de trabajo A66 en la hoja de trabajo. Diga: "ESCRIBE LAS RESPUESTAS A MIS PREGUNTAS EN ESTOS ESPACIOS".

Ejercicio a. Diga: ¿CUÁL ES EL NÚMERO DE UN SOLO DIGITO MÁS PEQUEÑO?

Ejercicio b. Diga: ¿CUÁL ES EL NÚMERO DE UN SOLO DIGITO MÁS GRANDE?

Ejercicio c. Diga: ¿CUÁL ES EL NÚMERO DE DOS DIGITOS MÁS PEQUEÑO?

Ejercicio d. Diga: ¿CUÁL ES EL NÚMERO DE DOS DIGITOS MÁS GRANDE?

Ejercicio e. Diga: ¿CUÁL ES EL NÚMERO DE TRES DIGITOS MÁS PEQUEÑO?

Ejercicio f. Diga: ¿CUÁL ES EL NÚMERO DE TRES DIGITOS MÁS GRANDES?

67. SUMA MENTAL: NÚMEROS DEL 10 AL 19 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "AHORA VOY A DARTE ALGUNAS SUMAS PARA QUE RESUELVAS EN TU CABEZA, COMO ESTA: SI TIENES 5 MANZANAS Y TE DAN 5 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TIENES POR TODO? INTENTA OBTENER SIEMPRE LA RESPUESTA CORRECTA. PUEDES HACERLO DE CUALQUIER MANERA."

Ejercicio a. Diga: ¿CUÁNTO SON 20 MANZANAS Y 15 MANZANAS POR TODO?"

Ejercicio b. Diga: ¿CUÁNTO SON 14 MANZANAS Y 13 MANZANAS POR TODO?"

Ejercicio c. Diga: ¿CUÁNTO SON 16 MANZANAS Y 12 MANZANAS POR TODO?"

68. CONTEO VERBAL DE 4 EN 4 HASTA 24 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "CUENTA DE 4 EN 4 PARA MI". Si el niño no responde, anímelo diciendo: "CUENTA DE 4 EN 4, ASI: 4, 8, 12…AHORA SIGUE TU".

69. RESTA ESCRITA: DOS DIGITOS Y PRESTANDO (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato A) y lápiz.

PROCEDIMIENTO: Muéstrele al niño la casilla 69 en la hoja de trabajo. Diga: "HAZ ESTOS PROBLEMAS QUE ESTAN AQUÍ".

70. HECHOS DE MULTIPLICACIÓN: N x 2 (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A70

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN. DIME RAPIDAMENTE, CUÁL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR”. Muestre al niño la Tarjeta A70, casilla de práctica, 2 x 1. “¿CUÁNTO DA 2 VECES 1? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO DA 2 VECES 1?” Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio “a” y diga: “AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO ES 3 VECES 2?” Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio “b” y diga: “¿CUÁNTO ES 8 VECES 2?”

71. PROCEDIMIENTO DE RESTA: TRES DIGITOS Y PRESTANDO (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato A) y lápiz.

PROCEDIMIENTO: Muéstrele al niño la casilla A71 en la hoja de trabajo. Diga: “HAZ ESTAS RESTAS AQUÍ. MUESTRAME TODO TU TRABAJO EN LA HOJA Y DIME QUE VAS HACIENDO. EXPLICAME CADA COSA QUE HACES PARA RESOLVER EL PROBLEMA.

72. SUBSTRACCIÓN MENTAL: MULTIDIGITOS

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VOY A DARTE ALGUNAS RESTAS PARA QUE RESUELVAS EN TU CABEZA, COMO ESTA: SI TIENES 8 MANZANAS Y TE QUITAN 4 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN? INTENTA OBTENER SIEMPRE LA RESPUESTA CORRECTA. PUEDES HACERLO DE CUALQUIER MANERA.”

Ejercicio a. Diga: “SI TIENES 19 MANZANAS Y TE QUITAN 14 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN?”

Ejercicio b. Diga: “SI TIENES 17 MANZANAS Y TE QUITAN 11 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN?”

Ejercicio c. Diga: “SI TIENES 21 MANZANAS Y TE QUITAN 14 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN?”

Anexo C: Formato de Respuesta (Prueba A)

FORMATO DE RESPUESTA

Sección I. Información General

Nombre del Niño:______________________________ Femenino:____ Masculino:____

	Año Mes Día	
		Nombre del padre
Fecha de prueba		Institución
Fecha de nacimiento		Nombre del examinador
Edad		Titulo del examinador

Sección II. Puntuación							
Puntuación bruta	**Equivalencia de edad**	**Equivalencia de grado**	**Porcentaje %**	**Habilidad matemática**	***SEM***	**Intervalo de confianza**	**Rango del puntaje**

Sección III. Record de Desempeño

INSTRUCCIONES: Empiece la prueba en el ítem para la respectiva edad indicado abajo. Detenga la prueba si el estudiante falla a 5 preguntas seguidas. Si 5 ítems seguidos no son respondidos correctamente en el punto de partida, haga la prueba hacia atrás hasta que 5 puntuaciones de 1 se obtengan. Todos los ítems pueden repetirse. Revise continuamente para asegurarse que el niño presta atención. Los ítems de práctica no cuentan en la puntuación y se describen con una *p*.

Punto de Inicio	**# de Ítem**	**Ítem**	**Materiales**	**Estímulo**	**Respuestas Correctas**	**Criterio de puntuación**	**Puntaje**
3 Años	A1.	Numeración intuitiva	Libro de dibujos A	¿Cuántos gatos ves?	a: 2; b: 1; c: 3 o más (Otro distinto a 1 o 2)	3/3	
	A2.	Mostrar (#)dedos: 1, 2 muchos	Mano	Muéstrame__ dedos	a:2; b:1; c: 3 o más	3/3	
	A3.	Conteo verbal de 1 en 1: 1 al 5	Dedos	Cuéntalos para mi	Uno, dos, tres, cuatro, cinco	1 al 5 en el orden correcto	
	A4.	Percepción de “Hay más”: Hasta 10 ítems	Libro de dibujos A	¿Qué lado tiene más?	P: 10; a: 7; b: 8; c: 6; d: 9	4/4	
	A5.	Producción no verbal: 1 al 4	Monedas (12) Cartas en blanco (3)	Haz el tuyo igual al mío	a:2;b:4;c:3	3/3	
	A6.	Enumeración: 1 al 5	Libro de dibujos A	Cuenta tu las estrellas	P: 2; a:4;b:5	2/2	
4 Años	A7.	Regla de Cardinalidad	Libro de dibujos A	¿Cuántas estrellas contaste?	P: 2; a:4;b:5	2/2	
	A8.	Suma y resta concreta-no verbal	Monedas (12) Cartas en blanco (3)	Haz el tuyo igual al mío	P:2; a:3 o 4; b:1; c: 4 o 5; d: 1 o 2; e: 3, 4 o 5	4/5	
	A9.	Constancia numérica	Monedas (5)	¿Cuántas monedas hay?	A:3; b:5; c:4	3/3	
	A10.	Formar conjuntos: Hasta 5 ítems	Monedas (10)	Dame__ monedas	A:3; b:5	2/2	
	A11.	Mostrar(#) dedos: Hasta 5	Dedos	Muéstrame ___ dedos	P: 2; a: 3; b: 5; c: 4	3/3	
	A12.	Conteo verbal de 1 en 1: 1 al 10	Monedas (10)	1,2,3 ahora sigue tu	Contar del 4 al 10	Hasta 10 correctamente	

Punto de Inicio	# de Ítem	Ítem	Materiales	Estímulo	Respuestas Correctas	Criterio de puntuación	Puntaje
	A13.	Número que viene después: 1 al 9	Ninguno	Qué número viene después; ___, y luego viene	P:4; a:10; b: 6; c:8	3/3	
	A14.	Lectura: Números de un solo digito	Libro de dibujos A	¿Qué número es este?	A: 2; b:5; c: 6	3/3	
5 Años	A15.	Escritura: Números de un solo digito	Hoja de trabajo A	Escribe el número	A:7; b:3; c:9	3/3 reverso está bien	
	A16.	Modelamiento concreto sobre problemas orales de suma: Sumas hasta el 9	Monedas (10)	¿Cuántas tenía en total?	A:3; b:7;c:5	2/3	
	A17.	Concepto "la parte y el todo"	Monedas (10)	¿Cuántas___?	A:1 al 4; b: >7; c: <7; d: >4	4/4	
	A18.	Representación escrita de conjuntos hasta 5	Libro de dibujo A. Hoja de trabajo A	Muéstrame cuantas hay	A:2; b:4; c:3; d:5	3/4	
	A19.	Escoger el número más grande: Comparación de números 1 al 5	Ninguno	¿Cuál es más?	P: 10; a:5; b: 2; c:4; d:3; e:5	5/5	
	A20.	Escoger el número más grande: Comparación de número 5 al 10	Ninguno	¿Cuál es más?	P: 10; a:7; b: 9; c:6; d:8; e:10	5/5	
	A21.	Conteo verbal de 1 en 1: Hasta 21	Ninguno	Cuenta hasta donde más puedas	Cuenta por lo menos hasta 21 (si cuenta hasta 42, se le otorga el ítem 31)	Hasta 21 en orden correcto	
6 Años	A22.	Contar después de: Números de dos dígitos hasta 40	Ninguno	¿Qué número viene después?; __ y luego viene?	A:25; b: 34	2/2	
	A23.	Enumeración: 6 a 10 ítems	Libro de dibujo A	Cuenta estos puntos con tus dedos	A: 9; b: 10	2/2	
	A24.	Cuenta regresiva desde el 10	Ninguno	Cuenta hacia atrás, empezando desde el 10	10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.	10 a 1 orden correcto	

Punto de Inicio	# de Ítem	Ítem	Materiales	Estímulo	Respuestas Correctas	Criterio de puntuación	Puntaje
	A25.	Partir equitativamente: División igual de cantidades pequeñas	Monedas (12)	A: parte 12 entre 2. B: parte 12 entre 3	A: 6/6 b: 4/4/4	2/2	
	A26.	Suma mental: sumas de 5 hasta 9	Monedas (10)	¿Cuánto son___ y ___ por todo?	P:3; a:5; b:7; c:7	2/3	
	A27.	Línea numérica mental: Números de 1 dígito	Libro de dibujos A	¿Qué está más cerca de __, __,__ en total?	P:5; a:9; b:4; c:5; d:7; e:6; f:1	4/6	
	A28.	Producción de conjuntos: Hasta 19 ítems	Monedas (25)	Dame exactamente 19	19	1/1	
	A29.	Lectura de números: 10 al 19	Libro de dibujo A	¿Qué número es este?	A:10; b:13; c:16	3/3	
	A30.	Escritura de números de 2 dígitos	Hoja de trabajo A	Escribe el número	A:23; b:97	2/2 en reverso está bien	
	A31.	Conteo de 1 en 1 de manera verbal: Hasta 42	Ninguno	Cuenta hasta donde más alto puedas llegar	Por lo menos 42	Hasta 42 en orden correcto	
7 Años	A32.	Contando del sumando mayor	Ninguno	¿Cuánto es ___ y ___ más, todo junto?	P:5; a:9; b:12; c:12	2/3	
	A33.	Conteo por decenas: Hasta 90	Ninguno	Cuenta de 10 en 10 así: 10, 20, 30…	40, 50, 60, 70, 80, 90	Hasta 90 en orden correcto	
	A34.	Conmutatividad simbólica aditiva	Hoja de trabajo A	¿Qué frase de número aquí es correcta para los problemas escritos?	A:9+7, 7+9; B: 8 -5; C: 7+6, 6+7	3/3	
	A35.	Lectura de números de 2 dígitos	Libro de dibujos A	¿Qué número es este?	A: 28; b:47; c:90	3/3	
	A36.	Número que viene después: Decenas	Ninguno	¿Qué número viene después? __, y luego viene…?	P:4; a:30; b: 50	2/2	
	A37.	Línea numérica mental: Números de dos dígitos	Libro de dibujos A	¿Qué está más cerca de ___, ___, o ___?	P:5; a: 24; b: 96; c:53; d: 49; e: 84; f:67	5/6	
	A38.	Enumeración: 11 a 20 ítems	Libro de dibujos A	Cuenta estos puntos con tus deditos	A:14; b: 16	2/2	

Punto de Inicio	# de Ítem	Ítem	Materiales	Estímulo	Respuestas Correctas	Criterio de puntuación	Puntaje
	A39.	Contar después de: Números de dos dígitos hasta 90	Ninguno	¿Qué número viene después?; ___ y luego viene?	P:4; A: 70; B: 90	2/2	
	A40.	Conteo verbal regresivo desde el 20	Ninguno	Ahora tu cuentas hacia atrás empezando desde 20	20,19, 18, … 3, 2, 1	20 hasta 1 en orden correcto	
	A41.	Hechos de Substracción: N-N & N-1	Libro de dibujos A	¿Cuánto es__ si le quitas __?	P:1; a: 0; b:3; c:0; d:8	4/4 sin contar. <3 seg.	
	A42.	Conteo de 10 en 10 de manera verbal: 100 hasta 190	Ninguno	Cuenta de 10 en 10, así: 100, 110, 120…	130, 140, 150, 160, 170, 180, 190	Hasta 190 en orden correcto	
8 Años	A43.	Hechos de adición: Sumas hasta 9	Libro de dibujos A	¿Cuánto es___y ___por todo?	P:4; a: 7; b:9	2/2 sin contar <3 seg.	
	A44.	Lectura de números: Números de 3 dígitos	Libro de dibujos A	¿Qué número es este?	A:105; b: 162; c:280	3/3	
	A45.	Escritura de números de 3 dígitos	Hoja de trabajo A	Escribe el número	A:102; b:290	2/2	
	A46.	Hechos de adición: Sumas de 10 y dobles pequeños	Libro de dibujos A	¿Cuánto es__ y ___ por todo?	P: 4; a:10; b: 6; c:10; d:8	4/4 sin contar <3 seg.	
	A47.	Decenas en una centena	Libro de dibujos A	¿El billete de $100 vale cuantos billetes de $10?	10	1/1	
	A48.	Contar después de: Términos de 100	Ninguno	¿Qué número viene después; __, y luego viene…?	P:4; a:150; b: 180	2/2	

	A49.	Suma escrita de 2 dígitos sin llevar	Hoja de trabajo A	Haz estas sumas que vez aquí	A:38; b:96	2/2	
Punto de Inicio	**# de Ítem**	**Ítem**	**Materiales**	**Estímulo**	**Respuestas Correctas**	**Criterio de puntuación**	**Puntaje**
	A50.	Hechos de restas: M-N=N	Libro de dibujos A	¿Cuánto es ___ si le quitas___?	P: 1; a:4; b:6	2/2 sin contar <3 seg.	
	A51.	Hechos de adición: Dobles grandes	Libro de dibujos A	¿Cuánto es __ y __ por todo?	P:4; a:16; b:14	2/2 sin contar <3 seg.	
	A52.	Suma/resta mental: +/- 10 década	Ninguno	¿Cuántos puntos tiene en total?	A: 70; b:50; c:20; d:90; e:60; f:80	5/6 <3 seg.	
	A53.	Centenas en un mil	Libro de dibujos A	¿El billete de mil vale cuantos billetes de 100?	10	1/1	
	A54.	Hechos de multiplicación: Nx0 & Nx1	Libro de dibujos A	¿Cuánto es__ veces__?	P:2; a:0; b:3; c:0; d:6	4/4 sin contar <3 seg	
	A55.	Procedimiento de substracción: Alineación en columnas	Libro de dibujos A	¿Las alineo bien o mal?	P: bien; a: mal; b: bien; c: bien; d:mal	4/4	
	A56.	Hechos de substracción: 10-N	Libro de dibujos A	¿Cuánto es ___ si le quitas ___?	P:1; a:7; b:4	2/2 sin contar <3 seg	
	A57.	Sumando múltiplos de 10	Ninguno	¿Cuánto te queda en total?	A:$19; b:$26; c:$34; d:$102; e:$47	4/5	
	A58.	Línea numérica mental: Números de 3 y 4 dígitos	Libro de dibujos A	¿Cuál está más cerca de__, __ o __?	P:5; a:99; b:8000; c:900; d:2000; e:2000	4/5	
	A59.	Procedimiento de adición escrita: Alineamiento	Libro de dibujos A	¿Lo alineo bien o mal?	P: mal; a: bien; b: bien; c: mal; d: mal	4/4	
	A60.	Lectura de números: Números de 4 dígitos	Libro de dibujos A	¿Qué número es este?	A:1002; b: 4073; c: 2301	3/3	
	A61.	Hechos de adición: 10 al 19	Libro de dibujos A	¿Cuánto es ___ y ___por todo?	P:4; a:13; b:16	2/2 sin contar <3 seg	
	A62.	Sumas escritas: Adendos de dos dígitos y llevando	Hoja de trabajo A	Haz esas sumas que ves aquí	A:63; b:103	2/2	
	A63.	Procedimiento de adición escrita: Adendos de tres dígitos y llevando	Hoja de trabajo A	Haz estas sumas que ves aquí	A:472; b:324	½	
	A64.	Restando	Ninguno	¿Con cuánto te	A:$8; b:$15;	4/5	

		múltiplos de 10		quedas al final?	c:$32; d:$7; e:$103		

Punto de Inicio	# de Ítem	Ítem	Materiales	Estímulo	Respuestas Correctas	Criterio de puntuación	Puntaje
	A65.	Resta mental: 10 al 19 menos números de un solo dígito	Ninguno	¿Cuánto da __ si le quitas __?	P:4; a:9; b:12; c:11	3/3	
	A66.	Mayor y menor dígito	Libro de dibujos A Hoja de trabajo A	Cuál es el número más pequeño/grande?	A:1 ó 0; b:9; c:10; d:99; e:100; f:999	6/6	
	A67.	Suma mental: Números del 10 al 19	Ninguno	¿Cuánto son ___ manzanas y ___manzanas por todo?	P:10; a:35, b:27; c:28	3/3	
	A68.	Conteo verbal de 4 en 4: Hasta 24	Ninguno	Cuenta de 4 en 4 para mi	4,8,12,16,20,24	Hasta 24 sin contar de 1 en 1	
	A69.	Resta escrita: 2 dígitos y prestando	Hoja de trabajo A	Haz estos problemas que ves aquí	A:28; b:36	2/2	
	A70.	Hechos de multiplicación: Nx2	Libro de dibujos A	¿Cuánto es__veces__?	P:2; a:6; b:16	2/2 sin contar <3 seg.	
	A71.	Procedimiento de resta: 3 dígitos y prestando	Hoja de trabajo A	Haz estas restas que vez aquí	A:158; b:327	2/2	
	A72.	Substracción Mental: Multidígitos	Ninguno	¿Cuánto da__ si le quitas__?	P:4; a:5; b:6; c:7	3/3	
Puntaje bruto:							

Sección IV. Interpretación y Comentarios

Anexo D. Manual de instrucción Prueba TEMA-3 (Prueba B)

1. ERACIÓN INTUITIVA (INFORMAL)

MATERIALES: Tarjeta B1-a con un dibujo de 2 gatos en fila, Tarjeta B1-b con dos gatos, y Tarjeta B1-c con 4 gatos en fila.

PROCEDIMIENTO: Para la parte a, enseñe la Tarjeta B1-a y pregunte al niño: "¿CUANTOS GATOS VES?". Para la parte b, enseñe la Tarjeta B1-b y repita la pregunta. Para la parte c, enseñe la Tarjeta B1-c y repita nuevamente la misma pregunta.

2. TRAR (#) DEDOS: 1, 2, MUCHOS (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Para la parte a, pida al niño: "MUESTRAME UNA MANO". Para la parte b diga: "MUESTRAME DOS DEDITOS EN ESTA MANO". Para la parte c diga: "MUESTRAME CUATRO DEDITOS EN ESTA MANO".

3. CONTEO VERBAL DE UNO EN UNO: 1 AL 5 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Sostenga 5 dedos en el aire y dígale al niño: "¿PODRÍAS CONTAR ESTOS DEDOS?". Si el niño se queda en silencio, dígale: "CUENTALOS PARA MI. (Pausa). AHORA TU".

4. PERCEPCIÓN DE "HAY MÁS": HASTA 10 ITEMS (INFORMAL)

MATERIALES: Tarjeta B4-p (9 vs. 1 puntos), B4-a (8 vs. 2 puntos), B4-b (3 vs. 7 puntos), B4-c (2 vs. 6 puntos), y B4-d (9 vs. 3 puntos).

PROCEDIMIENTO: Para practicar, enseñe al niño la Tarjeta B4-p y diga: "VAMOS A JUGAR AL JUEGO DE "DONDE HAY MÁS". EN ESTA TARJETA HAY PUNTOS DE ESTE LADO Y DE ESTE OTRO LADO. MIRA CON CUIDADO Y MUESTRAME EL LADO QUE MÁS PUNTO TENGA". Si el niño lo hace correctamente, diga: "ES CORRECTO. ESTE LADO TIENE MÁS". Si el niño no lo hace correctamente, diga: "NO, ESTE LADO TIENE MÁS. MIRA, TIENE MUCHOS PUNTOS (Haga un gesto exagerado circular sobre el lado que tiene 10 puntos). ESTE LADO NO TIENE MÁS PUNTOS. SOLO TIENE UNOS POCOS PUNTOS. (Haga un gesto circular pequeño sobre el lado que tiene dos puntos). Luego administre las partes "a" a la "d" (Tarjetas A4-a hasta A4-d) en orden. Presente rápidamente cada una, durante 5 segundos. En cada presentación diga: "SEÑALA EL LADO QUE TIENE MAS PUNTOS". Si el niño intenta contar los puntos, diga: "CON SOLO MIRAR ¿PODRÍAS DECIRME EN QUE LADO HAY MÁS PUNTOS?" Suspenda la prueba del ítem una vez el niño se equivoque en cualquiera de las tarjetas, excepto en la tarjeta de práctica.

5. PRODUCCIÓN NO VERBAL: 1 AL 4 (INFORMAL) *nuevo

MATERIALES: 8 bloques y tres Tarjetas de 5x8 pulgadas.

PROCEDIMIENTO: Diga al niño: "VAMOS A JUGAR UN JUEGO DE ESCONDIDAS. OBSERVA". Coloque un bloque en una tarjeta (en la hoja del examinador) y permita que el niño la vea por unos 3 segundos. Luego cubra el bloque con la segunda Tarjeta (la hoja de cubierta). Ponga la tercera Tarjeta (la hoja del niño) en frente del niño y diga: "HAZ LA TUYA IGUAL A LA MIA". Si el niño no responde, diga: "COLOCA EN TU HOJA LA MISMA CANTIDAD DE BLOQUES QUE TENGO YO CUBIERTOS CON MI HOJA." Si el niño no responde correctamente, enseñe al niño la moneda en la hoja del examinador y coloque un bloque en la hoja del niño y diga: "AHORA LA TUYA ES IGUAL A LA MIA". Luego retire el bloque de ambas, la hoja del examinador y la hoja del niño, e inténtelo de nuevo. Si el niño responde correctamente, diga: "SI, EL TUYO ES IGUAL AL MIO; TU OBTIENES EL PUNTO. PERO SI LO

HUBIERAS COLOCADO ASÍ (coloque un segundo bloque en la hoja del niño), O ASÍ (retire ambos bloques de la hoja del niño), ENTONCES LA TUYA NO HUBIESE SIDO IGUAL A LA MÍA, Y YO HUBIESE OBTENIDO EL PUNTO”. Luego de este ejercicio de práctica, presente los siguientes ejercicios de la misma manera:

Ejercicio a. 3 bloques

Ejercicio b. 2 bloques

Ejercicio c. 4 bloques

6. ENUMERACIÓN: 1 AL 5 (INFORMAL)

MATERIALES: Tarjeta B6-p (2 estrellas), B6-a (3 estrellas), y B6-b (5 estrellas).

PROCEDIMIENTO: *Este procedimiento se usa para el ítem 6 y el ítem 7*. Diga: “JUGUEMOS EL JUEGO DE “ESCONDER LAS ESTRELLAS. TE VOY A MOSTRAR UNAS TARJETAS CON UNAS ESTRELLAS DIBUJADAS EN ELLAS. (Enseñe al niño la Tarjeta B6-p). CUENTA LAS ESTRELLAS“. Si el niño no responde, diga: “CUENTA ESTAS ESTRELLAS”. Luego voltee la Tarjeta y diga: “¿CUÁNTAS ESTRELLAS CONTASTE?” Si el niño no responde, diga: “¿CUÁNTAS ESTRELLAS ESTOY ESCONDIENDO?” Repita el procedimiento con las Tarjetas B6-a y B6-b.

7. REGLA DE CARDINALIDAD (INFORMAL)

*Ver ítem 6

La puntuación de este ítem se basa en la respuesta dada a la pregunta “¿CUANTAS ESTRELLAS HAS CONTADO?” de las láminas B6-a y B6-b. Para superarlo el niño debe identificar el último número contado como el total de estrellas de las láminas B6-a y B6-b.

Es decir, el niño debe indicar que contó “cuatro” en la lámina B6-a y “cinco” en la lámina B6-b. Si un niño responde a la lámina B6-a contando, por ejemplo, “HAY UNO, DOS, TRES, CINCO ESTRELLAS”, pero no indica cuántas estrellas hay en total, se debe puntuar este ítem como incorrecto.

8. SUMA Y RESTA (CONCRETA) NO VERBAL (INFORMAL)

MATERIALES: 12 BLOQUES y tres Tarjetas de 5x8 pulgadas.

PROCEDIMIENTO: Diga: “VAMOS A JUGAR UN JUEGO DE ESCONDIDAS. OBSERVA.” Coloca un bloque en una tarjeta (en la hoja del examinador). Luego de 3 segundos cubra el bloque con la segunda Tarjeta (la hoja de cubierta). Ponga la tercera Tarjeta (la hoja del niño) en frente del niño y diga: “HAZ LA TUYA IGUAL A LA MIA”. Si el niño no responde, diga: “SACA LA MISMA CANTIDAD BLOQUES QUE TENGO YO CUBIERTOS CON MI HOJA.” Si el niño no responde correctamente, enseñe al niño los 2 bloques en la hoja del examinador y diga: “LA TUYA NO ES IGUAL A LA MIA”. Luego intente el ejercicio de prueba nuevamente. Si el niño responde correctamente, diga: “SI, EL TUYO ES IGUAL AL MIO; TU OBTIENES EL PUNTO. PERO SI LO HUBIERAS COLOCADO ASÍ (coloque un tercera bloque en la hoja del niño), O ASÍ (retire dos bloques de la hoja del niño, dejando solo 1), ENTONCES LA TUYA NO HUBIESE SIDO IGUAL A LA MÍA, Y YO HUBIESE OBTENIDO EL PUNTO”. Luego presente los siguientes 5 ejercicios, repitiendo cada vez: “HAS LA TUYA IGUAL A LA MIA”.

Ejercicio a. Coloca 1 bloque en la hoja del examinador (espere 3 segundos), cúbralo, coloque afuera 2 bloques más (espere 3 segundos), luego deslícela por debajo de la hoja de cubierta también (1+2). Diga: "HAZ LA TUYA IGUAL A LA MIA".

Ejercicio b. Coloque 3 bloques en la hoja del examinador (espere 3 segundos), cúbralas, tome un bloque de debajo de la hoja de cubierta y colóquela junto a la hoja del examinador para que el niño la pueda ver (espere 3 segundos), y retire el bloque (3-1). Diga: "HAZ LA TUYA IGUAL A LA MIA". Complete los siguientes ejercicios de adición y substracción no verbal usando los mismos procedimientos de los ejercicios "a" y "b". (Suspenda la prueba después de que el niño haga 2 ejercicios incorrectos).

Ejercicio c. 3 + 1

Ejercicio d. 3 – 2

Ejercicio e. 4 – 1

9. CONSTANCIA NUMÉRICA (INFORMAL)

MATERIALES: 5 bloques

PROCEDIMIENTO: Diga: "VOY A CONTAR UNOS BLOQUES. LUEGO, VOY A MOVER LOS BLOQUES ALREDEDOR. LUEGO, SIN CONTARLOS, TU ME VAS A DECIR CUANTOS BLOQUES HAY." Para el ejercicio a., saque 3 bloques, póngalas en fila y diga: "OBSERVA MIENTRAS CUENTO ESTOS BLOQUES". Cuente los bloques."UNO, DOS, TRES." Pregunte: "¿CUANTOS BLOQUES HAY?" Luego de que el niño responda "Tres", diga: "OBSERVA, AHORA VOY A HACER UNA FIGURA CON LOS BLOQUES".

Luego de colocar los bloques en forma de triángulo, pregunte: "¿CUÁNTOS BLOQUES HAY? ¿ME PUEDES DECIR SIN CONTAR?" No deje que el niño repita la cuenta. Cubra las monedas si es necesario. Para el ejercicio b., repita el procedimiento con 5 bloques. Luego de que el niño este de acuerdo con que hay 5 bloques, diga: "OBSERVA, AHORA YO VOY A HACER UN CIRCULO CON LOS BLOQUES". Para el ejercicio c., repita el procedimiento con 4 monedas pero revuelva la fila de bloques para que queden todas juntas sin orden.

10. FORMAR CONJUNTOS: HASTA 5 ÍTEMS (INFORMAL)

MATERIALES: 10 bloques

PROCEDIMIENTO: Coloque los 10 bloques sobre la mesa y diga: "DAME DOS BLOQUES" (Ejercicio a.). Si el niño lo hace, diga: "BIEN. AHORA DAME 5 BLOQUES" (Ejercicio b.). Si el niño simplemente cuenta todas las monedas en cualquiera de los dos ejercicios, a. o b., diga: "CONTASTE ESAS MONEDAS MUY BIEN. AHORA DAME SOLAMENTE__BLOQUES.

11. MOSTRAR (#) DEDOS HASTA 5 (INFORMAL)

PROCEDMIENTO: Diga: "VAMOS A HACER GIMNASIA CON LOS DEDOS. MUESTRAME 3 DEDOS." Si el estudiante lo hace bien, diga: "BIEN, LEVANTASTE 3 DEDOS ASÍ". Continúe con los ejercicios. Si el estudiante usa sus dedos para simbolizar un número, diga: "¿HAY ALGUNA OTRA MANERA EN QUE ME PUEDAS MOSTRAR ESE NÚMERO? SACA__DEDOS". Detenga la aplicación después de que el estudiante haya fallado dos ejercicios.

Ejercicio a. Diga: "LEVANTA 2 DEDOS"

Ejercicio b. Diga: “LEVANTA 4 DEDOS”

Ejercicio c. Diga: “LEVANTA 5 DEDOS”

12. CONTEO VERBAL DE UNO EN UNO: 1 AL 10 (INFORMAL)

MATERIALES: 10 bloques pequeños

PROCEDIMIENTO: Enseñe los bloques al niño. Diga: “VAMOS A JUGAR AL JUEGO DE CONTAR. CUENTA CONMIGO A MEDIDA QUE SEÑALO CADA BLOQUE”. Señale, por turnos, los 3 primeros bloques a medida que cuenta con el niño: “UNO, DOS, TRES”. Luego diga: “AHORA, SIGUES CONTANDO TU”. Continúe señalando cada bloque, pero deje que el niño diga los números de la cuenta por sí solo. Si el niño no cuenta, diga: “CUANDO CONTAMOS DECIMOS, 1, 2, 3, Y LUEGO VIENE…”

13. NÚMERO QUE VIENE DESPUÉS: 1 AL 9 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “CUENTA CONMIGO; 1, 2, 3, ¿Y LUEGO VIENE?” Si el niño no responde, “cuatro”, entonces pare el ejercicio. Si el niño responde correctamente, diga: “SUPON QUE ESTAMOS CONTANDO Y LLEGAMOS AL 3. ¿QUÉ NÚMERO SIGUE; 3 Y LUEGO VIENE?” Si el niño no responde o responde de manera incorrecta, diga: “TRES, Y LUEGO VIENE 4”. Luego continúe con los siguientes ejercicios:

Ejercicio a. Diga: “¿8 Y LUEGO VIENE?”

Ejercicio b. Diga: “¿6 Y LUEGO VIENE?”

Ejercicio c. Diga: “¿9 Y LUEGO VIENE?”

14. LECTURA: NÚMEROS DE UN SOLO DÍGITO (FORMAL)

MATERIALES: Tarjetas B14-a (con el número 3), Tarjeta B14-b (con el número 7), y Tarjeta B14-c (con el número 9).

PROCEDIMIENTO: Enseñe al niño la Tarjeta B14-a y diga: "¿QUÉ NÚMERO ES ESTE?" Si el niño no responde, anímelo diciendo: "DIME QUÉ NÚMERO ES ESTE" Continúe con las mismas instrucciones para las Tarjetas B14-b y B14-c.

15. ESCRITURA: NÚMEROS DE UN SOLO DÍGITO (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato B) y un lápiz.

PROCEDIMIENTO: Diga: "VOY A DECIRTE ALGUNOS NÚMEROS Y ME GUSTARÍA QUE LOS ESCRIBIERAS AQUÍ, EN ESTA HOJA DE TRABAJO". Señale el espacio B15 en la hoja de trabajo. Diga: "EL PRIMER NÚMERO ES EL 6". Haga una pausa para que el niño escriba. Luego diga: "EL SIGUIENTE NÚMERO ES 4". Después de que el niño haya escrito el número, diga: "EL ÚLTIMO NÚMERO ES 8". Los números escritos al revés se consideran como correctos. La caligrafía no se tiene en consideración; los números desaliñados son aceptables.

16. MODELAMIENTO CONCRETO SOBRE PROBLEMAS ORALES DE SUMA: SUMAS HASTA EL 9 (INFORMAL)

MATERIALES: 10 bloques

PROCEDIMIENTO: Diga: "TE VOY A CONTAR ALGUNAS HISTORIAS ACERCA DE UN NIÑO LLAMADO JOSÉ Y SU DINERO. PUEDES USAR TUS DEDOS, ESTOS BLOQUES, O CUALQUIER MANERA QUE QUIERAS PARA ENCONTRAR LA SOLUCIÓN." Si el niño no usa sus dedos o los bloques y responde de manera incorrecta, anímelo diciendo: "USA TUS DEDOS O ESTOS BLOQUES PARA

ENCONTRAR CUÁNTO SON 4 BLOQUES MAS 2 BLOQUES MÁS.” Luego de exponer cada uno de los problemas presentados en los ejercicios de abajo, ponga cualquiera de los bloques usados anteriormente en una sola pila. Cada vez, no le diga al niño si la respuesta es correcta o incorrecta. Detenga la prueba luego de que el niño responda incorrectamente dos de los ejercicios.

Ejercicio a. Diga: “JOSÉ TIENE 4 BLOQUES, Y LE DAN 2 MÁS. ¿CUÁNTOS BLOQUES TIENE EN TOTAL? SI QUIERES, PUEDES USAR TUS DEDOS O ESTOS BLOQUES PARA QUE TE AYUDEN A ENCONTRAR LA RESPUESTA.

Ejercicio b. Diga: “JOSÉ TIENE 1 BLOQUE, Y LE DAN 3 MÁS. ¿CUÁNTOS BLOQUES TIENE EN TOTAL? SI QUIERES, PUEDES USAR TUS DEDOS O ESTOS BLOQUES PARA QUE TE AYUDEN A ENCONTRAR LA RESPUESTA.

Ejercicio c. Diga: “JOSÉ TIENE 5 BLOQUES, Y LE DAN 2 MÁS. ¿CUÁNTOS BLOQUES TIENE EN TOTAL? SI QUIERES, PUEDES USAR TUS DEDOS O ESTOS BLOQUES PARA QUE TE AYUDEN A ENCONTRAR LA RESPUESTA.

17. CONCEPTO “LA PARTE Y EL TODO” (INFORMAL)

MATERIALES: 10 bloques

PROCEDIMIENTO: Diga: “TE VOY A CONTAR UNOS PROBLEMAS DE HISTORIAS. PUEDES USAR TUS DEDOS, ESTOS BLOQUES, PENSAR EN TU CABEZA, O ADIVINAR PARA ENCONTRAR LA RESPUESTA”.

Ejercicio a. Diga: "ANGIE COMPRÓ UNOS DULCES. SU MADRE LE COMPRÓ 4 DULCES MÁS. AHORA ANGIE TIENE 6 DULCES. ¿CUÁNTOS DULCES COMPRÓ ANGIE?"

Ejercicio b. Diga: "BLANCA TENÍA UNOS BLOQUES. ELLA PERDIÓ 2 BLOQUES JUGANDO. AHORA ELLA TIENE 6 BLOQUES. ¿CUÁNTOS BLOQUES TENÍA BLANCA ANTES DE QUE EMPEZARA A JUGAR?"

Ejercicio c. Diga: "ANTES DEL CONCURSO DE BOLITAS DE UÑITA, CARLOS TENÍA UNAS BOLITAS DE UÑITA. ÉL GANÓ 3 BOLITAS DE UÑITA MÁS EN EL CONCURSO. AHORA TIENE 7 BOLITAS DE UÑITA. ¿CUÁNTAS BOLITAS DE UÑITA TENÍA CARLOS ANTES DEL CONCURSO DE BOLITAS DE UÑITA?

Ejercicio d. Diga: "DIEGO TENÍA UNOS DULCES EN SU LONCHERA. ÉL SE COMIÓ 3 DULCES EN LA HORA DE ALMUERZO. QUEDARON 5 DULCES EN SU LONCHERA. ¿CUÁNTOS DULCES TENÍA DIEGO EN SU LONCHERA ANTES DE QUE SE COMIERA SU ALMUERZO?

18. REPRESENTACIÓN ESCRITA DE CONJUNTOS HASTA 5 (FORMAL)

MATERIALES: Tarjeta B18-a (3 perros), Tarjeta B18-b (2 gatos), Tarjeta B18-c (5 leones), tarjeta B18-d (4 tigres), hoja de trabajo (formato B) y un lápiz.

PROCEDIMIENTO: Diga: "AQUÍ HAY UN DIBUJO DE ALGUNOS PERROS" (Muestre al niño la Tarjeta B18-a, de tal forma que el niño pueda verla pero usted no) "YO NO PUEDO VER CUÁNTOS PERROS HAY. USA ESTE PAPEL Y ESTE LÁPIZ (señale el espacio para B18 en la hoja de trabajo) PARA MOSTRARME CUÁNTOS PERROS HAY". Si el niño dibuja los perros, diga: "¿PUEDES MOSTRARME CUANTOS PERROS HAY DE UNA MANERA DIFERENTE A LOS DIBUJOS?" Si el niño responde a la Tarjeta B18-a dibujando garabatos, marcas, círculos, o un número, repita el procedimiento con las Tarjetas B18-b, B18-c y B18-d. Si el niño no puede hacer este ítem, deténgase y siga con el ítem B19.

19. ESCOGER EL NÚMERO MÁS GRANDE: COMPARACIÓN DE NÚMEROS 1 AL 5 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "IMAGINA QUE TIENES 10 BLOQUES Y YO SÓLO TENGO 1. ¿QUIÉN TIENE MÁS? TU TIENES MÁS ¿CIERTO? AHORA QUIERO QUE TU ME DIGAS ¿CUÁL ES MÁS, 3 Ó 2? (Pausa) ¿5 Ó 4? (Pausa) ¿3 O 4? (Pausa) ¿1 Ó 2? (Pausa) ¿4 Ó 3?"

20. ESCOGER EL NÚMERO MÁS GRANDE: COMPARACIÓN DE NÚMEROS 5 AL 10 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "IMAGINA QUE TIENES 10 BLOQUES Y YO SÓLO TENGO 1. ¿QUIÉN TIENE MÁS? TU TIENES MÁS ¿CIERTO? AHORA QUIERO QUE TU ME DIGAS ¿CUÁL ES MÁS, 6 Ó 7? (Pausa) ¿9 Ó 8? (Pausa) ¿5 Ó 6? (Pausa) ¿7 Ó 8? (Pausa) ¿10 Ó 9?"

21. CONTEO VERBAL DE UNO EN UNO: HASTA 21 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "ME GUSTARÍA QUE CONTARAS EN VOZ ALTA PARA MI. YO TE AVISO CUANDO PARAR." Si el niño calla, diga: "CUENTA EN VOZ ALTA CONMIGO, ASÍ: 1, 2, 3… AHORA SIGUE TU HASTA LO MÁS ALTO

QUE PUEDAS LLEGAR”. Si el niño cuenta correctamente, deténgalo en el 42 (ya que esto es relevante para el ítem 31). Si el niño deja de contar correctamente antes del 42, pregunte al niño qué número viene a continuación y apresure al niño a que continúe. Considere que el ítem está completo cuando el niño haga su primer error, o si el niño suspende y afirma que no puede seguir contando más allá.

22. CONTAR DESPUÉS DE: NÚMEROS DE DOS DÍGITOS HASTA 40 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VAS A CONTAR DESPUÉS DE MI: 1, 2, 3, 4, ¿Y LUEGO VIENE?” Si el niño no responde, “cinco”, entonces pare la prueba. Si el niño responde correctamente, diga: “SUPONGAMOS QUE ESTAMOS CONTANDO Y LLEGAMOS A 3. ¿QUÉ NÚMERO SIGUE; 3 Y LUEGO VIENE…?” Si el niño no responde o responde incorrectamente, diga: “TRES Y LUEGO VIENE 4” Luego continúe con los siguientes ejercicios:

Ejercicio a. Diga: “25 ¿Y LUEGO VIENE?”

Ejercicio b. Diga: “34 ¿Y LUEGO VIENE?”

23. ENUMERACIÓN: 6 A 10 ÍTEMS (INFORMAL)

MATERIALES: Tarjetas B23-a (con 8 puntos) y B23-b (con 9 puntos).

PROCEDIMIENTO: Diga: “CUENTA ESTOS PUNTOS CON TU DEDO Y DIME CUANTOS HAY. HAZLO CUIDADOSAMENTE.” Si el niño no señala con su dedo, diga: “ASEGURATE DE TOCAR CADA PUNTO A MEDIDA QUE LOS CUENTAS”. Entregue al niño la Tarjeta B23-a y luego, después de que complete la cuenta de la tarjeta, entréguele la Tarjeta B23-b.

24. CUENTA REGRESIVA DESDE EL 10 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA QUISIERA QUE CONTARAS HACIA ATRÁS, COMO CUANDO VA A DESPEGAR UN COHETE. POR EJEMPLO, 3, 2, 1, DESPEGUE. AHORA TU CUENTAS HACIA ATRÁS, DESDE EL 10”.

25. PARTIR EQUITATIVAMENTE: DIVISIÓN IGUAL DE CANTIDADES PEQUEÑAS (INFORMAL)

MATERIALES: 12 bloques

PROCEDIMIENTO: Diga: “VOY A CONTARTE UNOS PROBLEMAS DE HISTORIAS. PUEDES USAR ESTOS BLOQUES SI TU QUIERES.”

Ejercicio a. Diga: “LA MAMÁ DE MÓNICA Y ALEJANDRAHORNEO 10 GALLETAS. SI LAS NIÑAS COMPARTIERAN DE MANERA JUSTA LAS GALLETAS ¿CUÁNTAS GALLETAS RECIBIRÍA CADA UNA?” Si el niño usa una estrategia de división exitosa, pregunte: “¿CADA NINA TIENE LA MISMA CANTIDAD?” Si el niño empieza a contar, pregunte: “¿PUEDES DECIRME SIN CONTAR?” Anote si el niño puede responder sin contar.

Ejercicio b. Diga: “LA MAMÁ DE MÓNICA Y ALEJANDRA HORNEO 9 GALLETAS. MÓNICA Y ALEJANDRA PENSARON QUE SERÍA AGRADABLE QUE SU MAMÁ PARTICIPARA DE SU FIESTA DE GALLETAS. SI LAS 9 GALLETAS FUERON REPARTIDAS IGUALMENTE ENTRE MÓNICA, ALEJANDRA Y SU MAMÁ ¿CUÁNTAS GALLETAS RECIBIRÍA CADA UNA?” Si el niño usa una estrategia de división exitosa, pregunte: “¿CADA NIÑA TIENE LA MISMA

CANTIDAD?” Si el niño empieza a contar, pregunte: “¿PUEDES DECIRME SIN CONTAR?” Anote si el niño puede responder sin contar.

26. SUMA MENTAL: SUMAS DE 5 HASTA 9 (INFORMAL)

MATERIALES: 10 bloques

PROCEDIMIENTO: Coloque 2 bloques en su mano izquierda y 1 bloque en su mano derecha. Diga: “MIRA ESTO. TENGO 2 BLOQUES EN ESTA MANO, Y 1 BLOQUE EN ESTA MANO. ¿VES? Ahora cierre sus manos para que el niño no pueda ver los bloques. AHORA JUNTO TODOS LOS BLOQUES. ¿CUÁNTO ES 2 Y 1 POR TODO?” Si el niño responde correctamente, diga: “ES CORRECTO. TENGO 3 BLOQUES POR TODO. PRIMERO TENÍA 2 EN ESTA MANO, Y 1 EN ESTA OTRA MANO, ASÍ QUE POR TODO TENGO 3 BLOQUES EN MIS MANOS” Si el niño no responde correctamente, diga: “NO, TENGO 3 POR TODO, PRIMERO TENÍA 2 EN ESTA MANO Y 1 EN ESTA OTRA MANO, ASÍ QUE POR TODO HAY 3 EN MI MANOS”. Ponga los bloques de vuelta en la pila y diga: “HAGAMOS OTRO”. En los siguientes problemas, use los mismos procedimientos descritos arriba.

Ejercicio a. Diga: “TENGO 2 EN ESTA MANO Y 3 EN ESTA OTRA MANO. AHORA LOS PONGO TODOS JUNTOS. ¿CUÁNTO ES 2 Y 3 POR TODO?”

Ejercicio b. Diga: “TENGO 5 EN ESTA MANO Y 3 EN ESTA OTRA MANO. AHORA LOS PONGO TODOS JUNTOS. ¿CUÁNTO ES 5 Y 3 POR TODO?”

Ejercicio c. Diga: “TENGO 4 EN ESTA MANO Y 2 EN ESTA OTRA MANO. AHORA LOS PONGO TODOS JUNTOS. ¿CUÁNTO ES 4 Y 2 POR TODO?”

27. LINEA NUMERICA MENTAL: NÚMEROS DE UN DÍGITO (INFORMAL)

MATERIAL: Tarjeta B27

PROCEDIMIENTO: Enseñe la Tarjeta B27, y señalando a la casilla de práctica, diga: "HAGAMOS LO SIGUIENTE. AQUÍ ESTÁ EL 6. ¿QUÉ ESTA MÁS CERCA DEL 6, EL 5 O EL 9?" Si el niño responde de manera correcta, diga: "ES CORRECTO, EL 5 ESTÁ MÁS CERCA. SOLO ESTÁ A 1 ESPACIO DEL 6; EL 9 ESTÁ A 3 ESPACIOS DEL 6". Si el niño responde incorrectamente, diga: "NO, EL 5 ESTÁ MÁS CERCA. SOLO ESTA A 1 ESPACIO DEL 6; EL 9 ESTÁ A 3 ESPACIOS DEL 6". Después de este ejercicio de práctica, continúe con los ejercicios a continuación, en este orden:

Ejercicio a. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 3. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 3, EL 1 Ó EL 9?"

Ejercicio b. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 2. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 2, EL 4 Ó EL 8?"

Ejercicio c. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 6. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 6, EL 2 Ó EL 8?"

Ejercicio d. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 4. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 4, EL 2 Ó EL 10?"

Ejercicio e. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 5. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 5, EL 3 Ó EL 9?"

Ejercicio f. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 7. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 7, EL 2 Ó EL 10?"

28. PRODUCCIÓN DE CONJUNTOS: HASTA 19 ÍTEMS (INFORMAL)

MATERIALES: 25 bloques

PROCEDIMIENTO: Diga: "AQUÍ HAY UN MONTÓN DE BLOQUES. DAME EXACTAMENTE 18. SÓLO SACA 18".

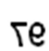
29. LECTURA DE NÚMEROS: 10 AL 19 (FORMAL)

MATERIALES: Tarjeta B29

PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la Tarjeta B29, y señalando al 11, diga: "¿QUÉ NÚMERO ES ESTE?" O, si es necesario "LEE ESTE NÚMERO PARA MI". Luego repita con el 14 y el 17. Si el niño simplemente lee los números de manera individual ("uno, cero" o "uno, tres"), diga: "¿DE QUÉ OTRA FORMA PODEMOS LLAMAR ESTE NÚMERO?"

30. ESCRITURA DE NÚMERO DE DOS DÍGITOS (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato B) y un lápiz.

PROCEDIMIENTO: Diga: "VOY A DECIRTE UNOS NÚMEROS Y ME GUSTARÍA QUE LOS ESCRIBIERAS EN ESTA HOJA AQUÍ". Señalando el espacio B30, diga: "EL PRIMER NÚMERO ES 24". Haga una pausa para que el niño escriba. Luego diga: "EL SEGUNDO ES 96". Dígitos invertidos (uno o ambos escritos de derecha a izquierda)- por ejemplo,  por 97- se consideran como correctos. Si el orden de los números es invertido (los números de un dígito en el lugar de los números decenales, y viceversa)- por ejemplo,  ó 32 por 23- no es correcto. La caligrafía no se tiene en consideración; números desaliñados son aceptables.

31. CONTEO DE UNO EN UNO DE MANERA VERBAL: HASTA 42 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “ME GUSTARÍA QUE CONTARAS EN VOZ ALTA PARA MI. YO TE DIRE CUANDO PARAR”. Si el niño guarda silencio, diga: “CUENTA CONMIGO EN VOZ ALTA, ASÍ: 1, 2, 3…AHORA SIGUE CONTANDO TU, TAN LEJOS COMO PUEDAS LLEGAR”. Si el niño cuenta de manera correcta, dígale que pare en el 42. Si el niño deja de contar correctamente antes del 42, pregunte que número sigue y luego apresure al niño a continuar. Considere el ítem como finalizado cuando el niño cometa su primer error o cuando el niño se detenga porque sostiene que no se considera capaz de seguir contando.

32. CONTANDO DEL SUMANDO MAS GRANDE (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “TE VOY A CONTAR UNAS HISTORIAS ACERCA EL MONSTRUO COME GALLETAS. PUEDES ENCONTRAR LAS RESPUESTAS A ESTAS HISTORIAS DE CUALQUIER MANERA QUE QUIERAS”. Presente al niño el ejercicio de práctica diciendo: “LA MAMÁ DEL MONSTRUO COME GALLETAS LE DIO 4 GALLETAS, DESPUÉS EL MONSTRUO COME GALLETAS TOMO 1 GALLETA MÁS DEL FRASCO DE GALLETAS. ¿CUÁNTO SON 4 GALLETAS Y 1 GALLETA MÁS POR TODO?” Luego presente los siguientes tres ejercicios:

Ejercicio a. Diga: “LA NIÑERA DEL MONSTRUO COME GALLETAS LE DIÓ 3 GALLETAS. CUANDO EL MONSTRUO COME GALLETAS LE PIDIÓ MAS GALLETAS, ELLA LE DIO 6 GALLETAS MÁS. ¿CUÁNTO SON 3 GALLETAS Y 6 GALLETAS MAS POR TODO?”

Ejercicio b. Diga: “EL MONSTRUO COME GALLETAS TENIA 5 GALLETAS EN SU LONCHERA. COMO TENÍA MUCHA HAMBRE, COMPRÓ 7 GALLETAS MÁS EN LA CAFETERÍA. ¿CUÁNTO SON 5 GALLETAS Y 7 GALLETAS MÁS POR TODO?”

Ejercicio c. Diga: “A LA HORA DE DORMIR, EL MONSTRUO COME GALLETAS SE COMIÓ 2 GALLETAS QUE SU MAMÁ LE DIO, Y 9 MÁS QUE HABÍA ESCONDIDO DEBAJO DE SU CAMA. ¿CUÁNTO SON 2 GALLETAS Y 9 GALLETAS MÁS POR TODO?”

33. CONTEO POR DECENAS: HASTA 90 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “CUENTA DE DIEZ EN DIEZ, ASÍ: 10, 20, 30…AHORA SIGUE TU”.

34. CONMUTATIVIDAD SIMBÓLICA ADITIVA (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato B) y un lápiz

PROCEDIMIENTO: Diga: “TU PROFESOR TIENE QUE CALIFICAR UN EXÁMEN DE MATEMÁTICA Y TE PIDE QUE LO AYUDES. EL EXÁMEN SE TRATABA DE LEER UN PROBLEMA ESCRITO Y ESCRIBIR UNA FRASE DE NÚMEROS PARA EL PROBLEMA ESCRITO. TIENES QUE DECIDIR SI CADA FRASE DE NÚMEROS ES CORRECTA PARA EL PROBLEMA ESCRITO.”

Ejercicio a. Trata de un problema de adición de la parte y el todo/faltante- todo**.** Diga: "EL PRIMER PROBLEMA ESCRITO ES: SERGIO TENÍA 8 BLOQUES EN UNA MANO, Y 6 BLOQUES EN SU OTRA MANO. ¿CUÁNTOS BLOQUES TIENE EL EN TOTAL EN SUS DOS MANOS? ¿QUÉ FRASES DE NÚMEROS AQUÍ (Señale al ejercicio "a" en la casilla B34) SON CORRECTAS Y QUE FRASES DE NÚMEROS SON INCORRECTAS PARA ESTE PROBLEMA ESCRITO? HAZ UN CÍRCULO EN CUALQUIER FRASE DE NÚMEROS CORRECTA, Y CRUZA CUALQUIER QUE SEA INCORRECTA". Las opciones (en la hoja de trabajo) son: 8 + 6 (correcto, representación directa), 6 + 8 (correcta, representación conmutada), 10 + 4 (la misma sumatoria pero incorrecta), 8 + 8 (incorrecta), 8 – 7 (incorrecta).

Ejercicio b. Trata de un problema escrito de cambio- quitar-remover/substracción. Diga: "EL SEGUNDO PROBLEMA ESCRITO ES: CARLOS TENÍA 7 DULCES. EL SE COMIÓ 4 DE ESOS DULCES. ¿CUÁNTOS DULCES LE QUEDABAN A CARLOS? POR CADA FRASE DE NÚMEROS (Señale al ejercicio "b" en la casilla B34), HAZ UN CÍRCULO EN CUALQUIER FRASE DE NÚMEROS CORRECTA, Y CRUZA CUALQUIERA QUE SEA INCORRECTA". Las opciones (en la hoja de trabajo) son: 7 – 4 (correcto), 4 – 7 (incorrecto, conmutada), 7 – 3 (incorrecta), 7 – 5 (incorrecta), 8 + 5 (incorrecta).

Ejercicio c. Trata de un problema escrito de cambio-suma a/adición. Diga: "EL TERCER PROBLEMA ESCRITO ES: BENJÍ TENÍA $9 Y SE GANÓ $5 MÁS, AYUDANDO A SUS VECINOS. ¿CUÁNTOS PESOS TIENE BENJÍ AHORA? POR CADA FRASE DE NÚMEROS (Señale al ejercicio "c" en la casilla B34), HAZ UN CÍRCULO EN CUALQUIER FRASE DE NÚMEROS CORRECTA, Y CRUZA

CUALQUIERA QUE SEA INCORRECTA”. Las opciones son: 9 + 5 (correcto, representación directa), 5 + 9 (correcto, conmutado), 10 + 3 (incorrecto), 9 + 9 (incorrecto), 9 – 6 (incorrecto).

35. LECTURA DE NÚMEROS DE DOS DÍGITOS (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta B35

PROCEDIMIENTO: Enseñe al niño la Tarjeta B35, y señalando al 27, diga: “¿QUÉ NÚMERO ES ESTE?” O, si es necesario: “LEE ESTE NÚMERO PARA MI”. Luego repita este procedimiento con el 46 y el 80. Si el niño simplemente lee cada dígito de manera individual (Ej., “dos, siete” u “ocho, cero”), diga: “¿DE QUÉ OTRA MANERA PODEMOS NOMBRAR ESTE NÚMERO?

36. NÚMERO QUE VIENE DESPUÉS: DECENAS (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “SUPONGAMOS QUE ESTAMOS CONTANDO, 1, 2, 3. ¿QUÉ NÚMERO VIENE DESPUÉS? ¿3 Y LUEGO VIENE?” Si el niño no responde o responde de manera incorrecta, diga: “TRES, Y LUEGO VIENE EL 4”. Para todos los niños, luego continué con los siguientes ejercicios:

Ejercicio a. Diga: “39 ¿Y LUEGO VIENE?”

Ejercicio b. Diga: “59 ¿Y LUEGO VIENE?”

37. LINEA NUMÉRICA MENTAL: NÚMEROS DE DOS DÍGITOS (INFORMAL)

MATERIAL: Tarjeta B37

PROCEDIMIENTO: Enseñe la Tarjeta B37, y señalando a la casilla de práctica, diga: “HAGAMOS LO SIGUIENTE. AQUÍ ESTÁ EL 6. ¿QUÉ ESTA MÁS CERCA DEL 6, EL 5 O EL 9?” Si el niño parece confundido, diga: “¿EL 5 ESTÁ MÁS CERCA DEL 6 Ó EL 9 ESTÁ MÁS CERCA DEL 6?” Si el niño responde correctamente, diga: “ASÍ ES, EL 5 ESTÁ MÁS CERCA, SOLO ESTÁ A 1 ESPACIO DEL 6; EL 9 ESTÁ A 3 ESPACIOS DEL 6”. Si el niño responde incorrectamente, diga: “NO, EL 5 ESTÁ MÁS CERCA. SOLO ESTA A 1 ESPACIO DEL 6; EL 9 ESTÁ A 3 ESPACIOS DEL 6”. Después de este ejercicio de práctica, continúe con los ejercicios a continuación, en este orden:

Ejercicio a. Diga: “AQUÍ ESTÁ EL 42. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 42, EL 34 Ó EL 71?”

Ejercicio b. Diga: “AQUÍ ESTÁ EL 74. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 74, EL 41 Ó EL 86?”

Ejercicio c. Diga: “AQUÍ ESTÁ EL 58. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 58, EL 34 Ó EL 63?”

Ejercicio d. Diga: “AQUÍ ESTÁ EL 55. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 55, EL 39 Ó EL 89?”

Ejercicio e. Diga: “AQUÍ ESTÁ EL 81. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 81, EL 59 Ó EL 94?”

Ejercicio f. Diga: “AQUÍ ESTÁ EL 63. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 63, EL 32 Ó EL 77?”

38. ENUMERACIÓN: 11 A 20 ÍTEMS (INFORMAL)

MATERIALES: Tarjetas B38-a y B38-b

PROCEDIMIENTO: Entregue al niño la Tarjeta B38-a. Diga: "CUENTA ESTOS PUNTOS CON TU DEDO Y DIME CUÁNTOS HAY. HAZLO CUIDADOSAMENTE." Si el niño no señala con su dedo, diga: "ASEGURATE DE TOCAR CADA PUNTO A MEDIDA QUE LOS CUENTAS". Después de que complete la cuenta de la Tarjeta B38-a, entréguele la Tarjeta B38-b y siga el mismo procedimiento.

39. CONTAR DESPUÉS DE: NÚMEROS DE DOS DÍGITOS HASTA 90 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "SUPONGAMOS QUE ESTAMOS CONTANDO, 1, 2, 3. ¿QUÉ NÚMERO SIGUE; 3 Y LUEGO VIENE…?" Si el niño no responde o responde incorrectamente, diga: "TRES Y LUEGO VIENE 4" Para todos los niños, continúe con los siguientes ejercicios:

Ejercicio a. Diga: "59 ¿Y LUEGO VIENE?"

Ejercicio b. Diga: "79 ¿Y LUEGO VIENE?"

40. CONTEO VERBAL REGRESIVO DESDE EL 20 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "AHORA QUISIERA QUE CONTARAS HACIA ATRÁS, COMO CUANDO VA A DESPEGAR UN COHETE. POR EJEMPLO, 3, 2, 1, DESPEGUE. AHORA TU CUENTAS HACIA ATRÁS, DESDE EL 20".

41. HECHOS DE SUBSTRACCIÓN: N – N Y N – 1 (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta B41

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE “QUITAR”. DIME RAPIDAMENTE, CUÁL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR”. Muestre al niño la Tarjeta B41, casilla de práctica, 2 – 1. “¿CUÁNTO DA SI A 2 LE QUITAS 1? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO DA SI A 2 LE QUITAS 1?” Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio “a” y diga: “AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO DE SI A 3 LE QUITAS 3?” Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio “b” y diga: “¿CUÁNTO DA SI A 5 LE QUITAS 1?” Tape la Tarjeta. Luego señale el ejercicio “c” y diga: “¿CUÁNTO DA SI A 6 LE QUITAS 6?” Tape la Tarjeta. Por último señale el ejercicio “d” y diga: “¿CUÁNTO DA SI A 8 LE QUITAS 1?” Tape la tarjeta.

42. CONTEO DE DIEZ EN DIEZ DE MANERA VERBAL: 100 HASTA 190 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “ME GUSTARÍA QUE CONTARAS EN VOZ ALTA PARA MI DE 10 EN 10, EMPEZANDO POR 100”. Si el niño guarda silencio, diga: “CUENTA DE 10 EN 10, ASÍ: 100, 110, 120…AHORA SIGUE CONTANDO TU”.

43. HECHOS DE ADICIÓN: SUMAS HASTA 9 (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta B43

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE SUMA. DIME RAPIDAMENTE, CUAL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR”. Muestre al niño la

Tarjeta A43, casilla de práctica, 2 + 2. "¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO?" Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio "a" y diga: "AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO ES 4 Y 5 POR TODO?" Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio "b" y diga: "¿CUÁNTO ES 5 Y 3 POR TODO?" Tape la Tarjeta.

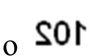
44. LECTURA DE NÚMEROS: NUMEROS DE TRES DÍGITOS (FORMAL)

MATERIALES: Tarjeta B44

PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la Tarjeta B44, y señalando al 107, diga: "¿QUÉ NÚMERO ES ESTE?" O, si es necesario "LEE ESTE NÚMERO PARA MI". Luego repita con el 164 y el 270. Si el niño simplemente lee los números de manera individual ("uno, cero, cinco" o "uno, seis, dos"), diga: "¿DE QUÉ OTRA FORMA PODEMOS LLAMAR ESTE NÚMERO?"

45. ESCRITURA DE NÚMERO DE TRES DÍGITOS (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato B) y un lápiz.

PROCEDIMIENTO: Diga: "VOY A DECIRTE UNOS NÚMEROS Y ME GUSTARÍA QUE LOS ESCRIBIERAS EN ESTA HOJA AQUÍ". Señalando el espacio A45 en la hoja, diga: "EL PRIMER NÚMERO ES 105". Haga una pausa para que el niño escriba. Luego diga: "EL SEGUNDO ES 280". Dígitos invertidos- por ejemplo, 201 o  por 102 - se consideran como correctos. La caligrafía no se tiene en consideración; números desaliñados son aceptables.

46. HECHOS DE ADICIÓN: SUMAS DE 10 Y DOBLES PEQUEÑOS (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta B46

PROCEDIMIENTO: Diga: "AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE SUMA. DIME RAPIDAMENTE, CUAL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR". Muestre al niño la Tarjeta A46, casilla de práctica, 2 + 2. "¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO?" Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio "a" y diga: "AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO ES 4 Y 6 POR TODO?" Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio "b" y diga: "¿CUÁNTO ES 3 Y 2 POR TODO?" Tape la Tarjeta. Luego señale el ejercicio "c" y diga: "¿CUÁNTO ES 8 Y 2 POR TODO?" Tape la Tarjeta. Luego señale el ejercicio "d" y diga: "¿CUÁNTO ES 5 Y 5 POR TODO?" Tape la Tarjeta.

47. DECENAS EN UNA CENTENA (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta B47

PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la Tarjeta B47 y diga: "EN EL DIBUJO HAY UN BILLETE DE $100. ¿CUÁNTOS BILLETES DE $10 HAY EN UN BILLETE DE $100?" Si el niño parece no entender, diga: "SI TU CAMBIAS EL BILLETE DE $100 EN EL BANCO ¿CUÁNTOS BILLETES DE $10 TE DARÍAN?"

48. CONTAR DESPUÉS DE: TERMINOS DE CIEN (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "SUPONGAMOS QUE ESTAMOS CONTANDO Y LLEGAMOS A 3. ¿QUÉ NÚMERO SIGUE; 3 Y LUEGO VIENE…?" Si el niño no responde o responde incorrectamente, diga: “TRES Y LUEGO VIENE 4” Con todos los niños, continúe con los siguientes ejercicios:

Ejercicio a. Diga: “134, 135 ¿Y LUEGO VIENE?”

Ejercicio b. Diga: “188, 189 ¿Y LUEGO VIENE?”

49. SUMA ESCRITA DE DOS DIGITOS SIN LLEVAR (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato B) y un lápiz.

PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la casilla B49 en la hoja de trabajo. Diga: “HAZ ESTOS PROBLEMAS DE MATEMATICAS”.

50. HECHOS DE RESTAS: M – N = N (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta B50

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE “QUITAR”. DIME RAPIDAMENTE, CUÁL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR”. Muestre al niño la Tarjeta B50, casilla de practica, 2 – 1. “¿CUÁNTO DA SI A 2 LE QUITAS 1? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO DA SI A 2 LE QUITAS 1?” Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio “a” y diga: “AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO DE SI A 10 LE QUITAS 5?” Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio “b” y diga: “¿CUÁNTO DA SI A 14 LE QUITAS 7?” Tape la Tarjeta.

51. HECHOS DE ADICIÓN: DOBLES GRANDES (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta B51

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE SUMA. DIME RAPIDAMENTE, CUÁL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR”. Muestre al niño la Tarjeta A46, casilla de práctica, 2 + 2. “¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO?” Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio “a” y diga: “AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO ES 9 Y 9 POR TODO?” Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio “b” y diga: “¿CUÁNTO ES 6 Y 6 POR TODO?” Tape la Tarjeta.

52. SUMA/RESTA MENTAL: +/- 10 DECADA (FORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “TE VOY A CONTAR UNAS HISTORIAS ACERCA DE JOSÉ Y SU VIDEO JUEGO. POR CADA HISTORIA, DIME TAN RÁPIDO COMO PUEDAS, CUÁNTOS PUNTOS ANOTO JOSE”.

Ejercicio a. Diga: “EN UN JUEGO DE VIDEO, JOSÉ TENIA 50 PUNTOS Y ANOTO 10 PUNTOS MÁS. ¿CUÁNTOS PUNTOS TIENE POR TODO AHORA?”

Ejercicio b. Diga:” EN UN VIDEO JUEGO, JOSE TENIA 30 PUNTOS Y ANOTO 10 MAS. CUÁNTOS PUNTOS TIENE POR TODO AHORA?”

Ejercicio c. Diga: “EN UN VIDEO JUEGO, JOSE TENIA 40 PUNTOS Y LUEGO PERDIO 10 PUNTOS. ¿CUÁNTOS PUNTOS LE QUEDAN AHORA?”

Ejercicio d. Diga: “EN UN VIDEO JUEGO, JOSE TENIA 70 PUNTOS Y ANOTO 10 PUNTOS MAS. ¿CUÁNTOS PUNTOS TIENE POR TODO AHORA?”

Ejercicio e. Diga: "EN UN VIDEO JUEGO, JOSE TENIA 60 PUNTOS Y PERDIO 10 PUNTOS. ¿CUÁNTOS PUNTOS LE QUEDAN AHORA?"

Ejercicio f. Diga: "EN UN VIDEO JUEGO, JOSE TENIA 80 PUNTOS Y PERDIO 10. ¿CUÁNTOS PUNTOS LE QUEDAN AHORA?"

53. CENTENAS EN UN MIL (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta B53

PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la Tarjeta B53 y diga: "EN ESTE DIBUJO HAY UN BILLETE DE $1000. ¿CUÁNTOS BILLETES DE $100 HAY EN UN BILLETE DE $1000?" Si el niño parece no entender, diga: "SI TU CAMBIAS EL BILLETE DE $1000 EN EL BANCO ¿CUÁNTOS BILLETES DE $100 TE DARÍAN?"

54. HECHOS DE MULTIPLICACION: N x 0 Y N x 1 (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta B54

PROCEDIMIENTO: Diga: "AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE MULTIPLICACION. DIME RAPIDAMENTE CUÁL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ HAY UN PROBLEMA DE PRACTICA. Muestre al niño la Tarjeta B54, casilla de práctica, 2 x 1. "¿CUÁNTO ES 2 VECES 1? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO ES 2 VECES 1?" Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio "a" y diga: "AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO ES 6 VECES 0?" Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio "b" y diga: "¿CUÁNTO ES 4 VECES 1?" Tape la Tarjeta. Luego señale el ejercicio "c" y diga: "¿CUÁNTO ES 7 VECES 0?" Tape la Tarjeta. Luego señale el ejercicio "d" y diga: "¿CUÁNTO ES 8 VECES 1?"

55. PROCEDIMIENTO DE SUBSTRACCION: ALINEACION EN COLUMNAS (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta B55

PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la Tarjeta B55, la casilla de practica. Diga: “A FRAN LE DIJERON QUE ESCRIBIERA LA RESTA 85 MENOS 4. PODRIAS DECIRME SI ELLA ALINEO LOS NÚMEROS DE LA MANERA CORRECTA?” Use las mismas instrucciones para:

Ejercicio a. “98 MENOS 5”

Ejercicio b. “80 MENOS 4”

Ejercicio c. “367 MENOS 34”

Ejercicio d. “557 MENOS 43”

56. HECHOS DE SUBSTRACCION: 10 – N (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta B56

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE “QUITAR”. DIME RAPIDAMENTE, CUAL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR”. Muestre al niño la Tarjeta B50, casilla de practica, 2 – 1. “¿CUÁNTO DA SI A 2 LE QUITAS 1? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO DA SI A 2 LE QUITAS 1?” Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio “a” y diga: “AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO DA SI A 10 LE QUITAS 4?” Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio "b" y diga: "¿CUÁNTO DA SI A 10 LE QUITAS 7?" Tape la Tarjeta.

57. SUMANDO MULTIPLOS DE 10 (FORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "AQUÍ HAY UNAS PREGUNTAS ACERCA DE SUMAR DINERO. VAMOS A SUPONER QUE TU TIENES ALGUN DINERO Y YO TE DOY UN POCO MÁS" Presente los siguientes ejercicios en orden:

Ejercicio a. Diga: "SI TU TIENES $7 Y YO TE DOY UN BILLETE DE $10. ¿CUÁNTO DINERO TIENES POR TODO?"

Ejercicio b. Diga: "SI TU TIENES $5 Y YO TE DOY DOS BILLETES DE $10. ¿CUÁNTO DINERO TIENES POR TODO?"

Ejercicio c. Diga: "SI TU TIENES $6 Y YO TE DOY TRES BILLETES DE $10. ¿CUÁNTO DINERO TIENES POR TODO?"

Ejercicio d. Diga: "SI TU TIENES $3 Y YO TE DOY 10 BILLETES DE $10. ¿CUÁNTO DINERO TIENES POR TODO?"

Ejercicio e. Diga: "SI TU TIENES $26 Y YO TE DOY UN BILLETE DE $10. ¿CUÁNTO DINERO TIENES POR TODO?"

58. LINEA NUMÉRICA MENTAL: NÚMEROS DE TRES Y CUATRO DÍGITOS (INFORMAL)

MATERIAL: Tarjeta B58

PROCEDIMIENTO: Enseñe la Tarjeta B58, y señalando a la casilla de práctica, diga: "HAGAMOS LO SIGUIENTE. AQUÍ ESTÁ EL 6. ¿QUÉ ESTA MÁS CERCA DEL

6, EL 5 O EL 9?" Si el niño responde de manera correcta, diga: "ES CORRECTO, EL 5 ESTÁ MÁS CERCA. SOLO ESTÁ A 1 ESPACIO DEL 6; EL 9 ESTÁ A 3 ESPACIOS DEL 6". Si el niño responde incorrectamente, diga: "NO, EL 5 ESTÁ MÁS CERCA. SOLO ESTA A 1 ESPACIO DEL 6; EL 9 ESTÁ A 3 ESPACIOS DEL 6". Después de este ejercicio de práctica, continúe con los ejercicios a continuación, en este orden:

Ejercicio a. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 300. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 300, EL 193 Ó EL 500?"

Ejercicio b. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 6000. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 6000, EL 2000 Ó EL 9000?"

Ejercicio c. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 600. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 600, EL 200 Ó EL 800?"

Ejercicio d. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 5000. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 5000, EL 3000 Ó EL 8000?"

Ejercicio e. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 4500. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 3500, EL 3000 Ó EL 8000?"

59. PROCEDIMIENTO DE ADICION ESCRITA: ALINEAMIENTO (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta B59

PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la Tarjeta B59, señale a la casilla de práctica, y diga: "A ANDY LE DIJERON QUE ESCRIBIERA LA SUMA 42 MÁS 6.

ALINEO LA SUMA CORRECTAMENTE?" La respuesta es "incorrecta". A continuación, utilice las mismas instrucciones para los siguientes ejercicios:

Ejercicio a. "64 MAS 5"

Ejercicio b. "153 MAS 25"

Ejercicio c. "34 MAS 45"

Ejercicio d. "422 MAS 36"

60. LECTURA DE NUMEROS: NUMEROS DE CUATRO DIGITOS (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta B60

PROCEDIMIENTO: Enseñe al niño la Tarjeta B60 y señalando al 1007 diga: "¿QUÉ NÚMERO ES ESTE?" Si el niño no responde, anímelo diciendo: "DIME QUÉ NÚMERO ES ESTE" Luego repita con 5062, y por ultimo con 3204. SI el niño simplemente lee los dígitos de manera individual ("uno, cero, cero, siete" o "tres, dos, cero, cuatro"), diga: "¿DE QUÉ OTRA FORMA PODEMOS LLAMAR ESTE NÚMERO?"

61. HECHOS DE ADICION: SUMAS 10 AL 19 (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta B61

PROCEDIMIENTO: Diga: "AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE SUMA. DIME RAPIDAMENTE, CUÁL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR". Muestre al niño la Tarjeta B46, casilla de práctica, 2 + 2. "¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR

TODO?" Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio "a" y diga: "AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO ES 9 Y 4 POR TODO?" Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio "b" y diga: "¿CUÁNTO ES 8 Y 7 POR TODO?"

62. SUMAS ESCRITAS: ADENDOS DE DOS DIGITOS Y LLEVANDO (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato B) y lápiz

PROCEDIMIENTO: Muéstrele al niño la casilla B62 en la hoja de trabajo. Diga: "HAZ ESTOS PROBLEMAS DE SUMAS AQUÍ"

63. PROCEDIMIENTO DE ADICION ESCRITA: ADENDOS DE TRES DIGITOD Y LLEVANDO (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato B) y lápiz

PROCEDIMIENTO: Muéstrele al niño la casilla B63 en la hoja de trabajo. Diga: "HAZ ESTOS PROBLEMAS DE SUMAS AQUÍ. MUESTRA TODO TU TRABAJO EN LA HOJA Y DIME QUE VAS HACIENDO. EXPLICAME TODO LO QUE HACES PARA SOLUCIONAR EL PROBLEMA"

64. RESTANDO MULTIPLOS DE 10 (FORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "AUÍ HAY UNAS PREGUNTAS ACERCA DE RESTAR DINERO. SUPONGAMOS QUE TU TIENES DINERO Y YO TE QUITO UN POCO"

Ejercicio a. Diga: "SI TU TIENES $19 Y YO TE QUITO UN BILLETE DE $10. ¿CUÁNTO TIENES EN TOTAL?"

Ejercicio b. Diga: “SI TU TIENES $45 Y YO TE QUITO DOS BILLETES DE $10. ¿CUÁNTO TIENES EN TOTAL?”

Ejercicio c. Diga: “SI TU TIENES $52 Y YO TE QUITO UN BILLETE DE $10. ¿CUÁNTO TIENES EN TOTAL?”

Ejercicio d. Diga: “SI TU TIENES $78 Y YO TE QUITO SIETE BILLETES DE $10. ¿CUANTO TIENES EN TOTAL?”

Ejercicio e. Diga: “SI TU TIENES $116 Y YO TE QUITO UN BILLETE DE $10. ¿CUANTO TIENES EN TOTAL?”

65. RESTA MENTAL: 10 AL 19 MENOS NUMEROS DE UN SOLO DIGITO (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VOY A DARTE ALGUNAS RESTAS PARA QUE RESUELVAS EN TU CABEZA, COMO ESTA: SI TIENES 8 MANZANAS Y TE QUITAN 4 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN? INTENTA OBTENER SIEMPRE LA RESPUESTA CORRECTA. PUEDES HACERLO DE CUALQUIER MANERA.”

Ejercicio a. Diga: “SI TIENES 17 MANZANAS Y TE QUITAN 9 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN?”

Ejercicio b. Diga: “SI TIENES 18 MANZANAS Y TE QUITAN 5 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN?”

Ejercicio c. Diga: “SI TIENES 16 MANZANAS Y TE QUITAN 4 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN?”

66. MAYOR Y MENOR DIGITO (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta B66, hoja de trabajo (formato B)

PROCEDIMIENTO: Muéstrele al niño la Tarjeta B66 y diga: "AQUÍ HAY ALGUNOS NÚMEROS ESCRITOS. EL 3 ES UN NÚMERO DE UN DIGITO PORQUE CUANDO LO ESCRIBES SOLO NECESITAS DE UN NÚMERO. 24 ES UN NÚMERO DE DOS DIGITOS PORQUE AL ESCRIBIRLO NECESITAMOS DOS NÚMEROS. EL 578 ES UN NÚMERO DE TRES DIGITOS PORQUE CUANDO LO ESCRIBES NECESITAS TRES NÚMEROS". Retire la Tarjeta y señale la casilla de trabajo B66 en la hoja de trabajo. Diga: "ESCRIBE LAS RESPUESTAS A MIS PREGUNTAS EN ESTOS ESPACIOS".

Ejercicio a. Diga: "¿CUÁL ES EL NÚMERO DE UN SOLO DIGITO MÁS PEQUEÑO?

Ejercicio b. Diga: "¿CUÁL ES EL NÚMERO DE UN SOLO DIGITO MÁS GRANDE?

Ejercicio c. Diga: "¿CUÁL ES EL NÚMERO DE DOS DIGITOS MÁS PEQUEÑO?

Ejercicio d. Diga: "¿CUÁL ES EL NÚMERO DE DOS DIGITOS MÁS GRANDE?

Ejercicio e. Diga: "¿CUÁL ES EL NÚMERO DE TRES DIGITOS MÁS PEQUEÑO?

Ejercicio f. Diga: "¿CUÁL ES EL NÚMERO DE TRES DIGITOS MÁS GRANDES?

67. SUMA MENTAL: NUMEROS DEL 10 AL 19 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "AHORA VOY A DARTE ALGUNAS SUMAS PARA QUE RESUELVAS EN TU CABEZA, COMO ESTA: SI TIENES 5 MANZANAS Y TE DAN 5 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TIENES POR TODO? INTENTA OBTENER SIEMPRE LA RESPUESTA CORRECTA. PUEDES HACERLO DE CUALQUIER MANERA."

Ejercicio a. Diga: "¿CUÁNTO SON 20 MANZANAS Y 14 MANZANAS POR TODO?"

Ejercicio b. Diga: "¿CUÁNTO SON 17 MANZANAS Y 12 MANZANAS POR TODO?"

Ejercicio c. Diga: "¿CUÁNTO SON 15 MANZANAS Y 13 MANZANAS POR TODO?"

68. CONTEO VERBAL DE 4 EN 4 HASTA 24 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "CUENTA DE 4 EN 4 PARA MI". Si el niño no responde, anímelo diciendo: "CUENTA DE 4 EN 4, ASI: 4, 8, 12…AHORA SIGUE TU".

69. RESTA ESCRITA: DOS DIGITOS Y PRESTANDO (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato B) y lápiz.

PROCEDIMIENTO: Muéstrele al niño la casilla 69 en la hoja de trabajo. Diga: "HAZ ESTOS PROBLEMAS QUE ESTAN AQUÍ".

70. HECHOS DE MULTIPLICACION: N x 2 (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta B70

PROCEDIMIENTO: Diga: "AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE MULTIPLICACION. DIME RAPIDAMENTE, CUAL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR". Muestre al niño la Tarjeta B70, casilla de práctica, 2 x 1. "¿CUÁNTO DA 2 VECES 1? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO DA 2 VECES 1?" Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio "a" y diga: "AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO ES 4 VECES 2?" Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio "b" y diga: "¿CUÁNTO ES 7 VECES 2?"

71. PROCEDIMIENTO DE RESTA: TRES DIGITOS Y PRESTANDO (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato B) y lápiz.

PROCEDIMIENTO: Muéstrele al niño la casilla B71 en la hoja de trabajo. Diga: "HAZ ESTAS RESTAS AQUÍ. MUESTRAME TODO TU TRABAJO EN LA HOJA Y DIME QUE VAS HACIENDO. EXPLICAME CADA COSA QUE HACES PARA RESOLVER EL PROBLEMA"

72. SUBSTRACCION MENTAL: MULTIDIGITOS

PROCEDIMIENTO: Diga: "AHORA VOY A DARTE ALGUNAS RESTAS PARA QUE RESUELVAS EN TU CABEZA, COMO ESTA: SI TIENES 8 MANZANAS Y TE QUITAN 4 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN? INTENTA

OBTENER SIEMPRE LA RESPUESTA CORRECTA. PUEDES HACERLO DE CUALQUIER MANERA.”

Ejercicio a. Diga: “SI TIENES 18 MANZANAS Y TE QUITAN 13 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN?”

Ejercicio b. Diga: “SI TIENES 17 MANZANAS Y TE QUITAN 12 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN?”

Ejercicio c. Diga: “SI TIENES 22 MANZANAS Y TE QUITAN 15 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN?”

Anexo E: Formato de Respuesta (Prueba B)

<table>
<tr><th colspan="3">FORMATO DE RESPUESTA</th></tr>
<tr><th colspan="3">Sección I. Información General</th></tr>
<tr><td colspan="3">Nombre del Niño:____________________________ Femenino:___ Masculino:___</td></tr>
<tr><td></td><td>Año Mes Día</td><td>Nombre del padre</td></tr>
<tr><td>Fecha de prueba</td><td></td><td>Institución</td></tr>
<tr><td>Fecha de nacimiento</td><td></td><td>Nombre del examinador</td></tr>
<tr><td>Edad</td><td></td><td>Título del examinador</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="8">Sección II. Puntuación</th></tr>
<tr><th>Puntuación bruta</th><th>Equivalencia de edad</th><th>Equivalencia de grado</th><th>Porcentaje %</th><th>Habilidad matemática</th><th>SEM</th><th>Intervalo de confianza</th><th>Rango del puntaje</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><th colspan="8">Sección III. Record de Desempeño</th></tr>
<tr><td colspan="8">INSTRUCCIONES: Empiece la prueba en el ítem para la respectiva edad indicado abajo. Detenga la prueba si el estudiante falla a 5 preguntas seguidas. Si 5 ítems seguidos no son respondidos correctamente en el punto de partida, haga la prueba hacia atrás hasta que 5 puntuaciones de 1 se obtengan. Todos los ítems pueden repetirse. Revise continuamente para asegurarse que el niño presta atención. Los ítems de práctica no cuentan en la puntuación y se describen con una p.</td></tr>
<tr><th>Punto de Inicio</th><th># de Íte</th><th>Ítem</th><th>Materiales</th><th>Estímulo</th><th>Respuestas Correctas</th><th>Criterio de puntuac</th><th>Puntaje</th></tr>
</table>

	m					ión	
3 Años	B1.	Numeración intuitiva	Libro de dibujos B	¿Cuántos gatos ves?	a: 1; b: 2; c: Otro distinto a 1 o 2 (3 o más)	3/3	
	B2.	Mostrar dedos: 1, 2 muchos	Mano	Muéstrame__ dedos	a:1; b:2; c: 4 o más	3/3	
	B3.	Conteo verbal de 1 en 1: 1 al 5	Dedos	Cuéntalos para mi	Uno, dos, tres, cuatro, cinco	1 al 5 en el orden correcto	
	B4.	Percepción de “Hay más”: Hasta 10 ítems	Libro de dibujos B	¿Qué lado tiene más?	P: 9; a: 8; b: 7; c: 6; d: 9	4/4	
	B5.	Producción no verbal: 1 al 4	Bloques (8) Cartas en blanco (3)	Haz el tuyo igual al mío	a:3;b:2;c:4	3/3	
	B6.	Enumeración: 1 al 5	Libro de dibujos B	Cuenta tu las estrellas	P: 2; a:3;b:5	2/2	
4 Años	B7.	Regla de Cardinalidad	Libro de dibujos B	¿Cuántas estrellas contaste?	P: 2; a:3;b:5	2/2	
	B8.	Suma y resta concreta-no verbal	Bloques (12) Cartas en blanco (3)	Haz el tuyo igual al mío	P:2; a:3 o 4; b:2; c: 4 o 5; d: 1; e: 2 o 3	4/5	
	B9.	Constancia numérica	Bloques (5)	¿Cuántos bloques hay?	A:3; b:5; c:4	3/3	
	B10.	Formar conjuntos: Hasta 5 ítems	Bloques (10)	Dame__ bloques	A:2; b:5	2/2	
	B11.	Mostrar dedos: Hasta 5	Dedos	Muéstrame ___ dedos	P: 3; a: 2; b: 4; c: 5	3/3	
	B12.	Conteo verbal de 1 en 1: 1 al 10	Bloques (10)	1,2,3 ahora sigue tu	Contar del 4 al 10	Hasta 10 correctamente	
	B13.	Número que viene después: 1 al 9	Ninguno	Que número viene después; ___, y luego viene	P:4; a:9; b: 7; c:10	3/3	
	B14.	Lectura: Números de un solo digito	Libro de dibujos B	¿Qué número es este?	A: 3; b:7; c: 9	3/3	
5 Años	B1	Escritura:	Hoja	Escribe el	A:6; b:4; c:8	3/3	

	5.	Números de un solo digito	de trabajo B	número		reverso está bien	
	B1 6.	Modelamiento concreto sobre problemas orales de suma: Sumas hasta el 9	Bloques (10)	¿Cuántos tenía en total?	A:6; b:4;c:7	2/3	
	B1 7.	Concepto "la parte y el todo"	Bloques (10)	¿Cuántos___?	A:1 al 4; b: >6; c: <7; d: >5	4/4	
	B1 8.	Representación escrita de conjuntos hasta 5	Libro de dibujo B Hoja de trabajo B	Muéstrame cuantas hay	A:3; b:2; c:5; d:4	3/4	
	B1 9.	Escoger el número más grande: comparación de números 1 al 5	Ninguno	¿Cuál es más?	P: 10; a:3; b: 5; c:4; d:2; e:4	5/5	
	B2 0.	Escoger el número más grande: Comparación de número 5 al 10	Ninguno	¿Cuál es más?	P: 10; a:7; b: 9; c:6; d:8; e:10	5/5	
	B2 1.	Conteo verbal de 1 en 1: Hasta 21	Ninguno	Cuenta hasta donde más puedas	Cuenta por lo menos hasta 21 (si cuenta hasta 42, se le otorga el ítem 31)	Hasta 21 en orden correcto	
6 Años	B2 2.	Contar después de: Números de dos dígitos hasta 40	Ninguno	¿Qué número viene después?; __ y luego viene?	A:26; b: 35	2/2	
	B2 3.	Enumeración: 6 a 10 ítems	Libro de dibujo B	Cuenta estos puntos con tus dedos	A: 8; b: 9	2/2	
	B2 4.	Cuenta regresiva desde el 10	Ninguno	Cuenta hacia atrás, empezando desde el 10	10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.	10 a 1 orden correcto	
	B2 5.	Partir equitativamente: División igual de	Bloques (12)	A: parte 10 entre 2. B: parte 9 entre 3	A: 5/5 b: 3/3/3	2/2	

		cantidades pequeñas					
	B26.	Suma mental: 5 al 9	Bloques (10)	¿Cuánto son___ y ___ por todo?	P:3; a:5; b:8; c:6	2/3	
	B27.	Línea numérica mental: Números de 1 dígito	Libro de dibujos B	¿Qué está más cerca de __, __,__ en total?	P:5; a:1; b:4; c:8; d:2; e:3; f:10	4/6	
	B28.	Producción de conjuntos: Hasta 19 ítems	Bloques (25)	Dame exactamente 19	18	1/1	
	B29.	Lectura de números: 10 al 19	Libro de dibujo B	¿Qué número es este?	A:11; b:14; c:17	3/3	
	B30.	Escritura de números de 2 dígitos	Hoja de trabajo B	Escribe el número	A:24; b:96	2/2 en reverso está bien	
	B31.	Conteo de 1 en 1 de manera verbal: Hasta 42	Ninguno	Cuenta hasta donde más alto puedas llegar	Por lo menos 42	Hasta 42 en orden correcto	
7 Años	B32.	Contando del sumando mayor	Ninguno	¿Cuánto es ___ y ___ más, todo junto?	P:5; a:9; b:12; c:11	2/3	
	B33.	Conteo por decenas: Hasta 90	Ninguno	Cuenta de 10 en 10 así: 10, 20, 30…	40, 50, 60, 70, 80, 90	Hasta 90 en orden correcto	
	B34.	Conmutatividad simbólica aditiva	Hoja de trabajo B	¿Qué frase de número aquí es correcta para los problemas escritos?	A:8+6, 6+8; B: 7 -4; C: 9+5, 5+9	3/3	
	B35.	Lectura de números de 2 dígitos	Libro de dibujos B	¿Qué número es este?	A: 27; b:46; c:80	3/3	
	B36.	Número que viene después: Decenas	Ninguno	¿Qué número viene después? __, y luego viene…?	P:4; a:40; b: 60	2/2	
	B37.	Línea numérica mental: Números de dos dígitos	Libro de dibujos B	¿Qué está más cerca de ___, ___, o ___?	P:5; a: 34; b: 86; c:63; d: 39; e: 94; f:77	5/6	

	B38.	Enumeración: 11 a 20 ítems	Libro de dibujos B	Cuenta estos puntos con tus deditos	A:13; b: 17	2/2	
	B39.	Contar después de: Números de dos dígitos hasta 90	Ninguno	¿Qué número viene después?; ___ y luego viene?	P:4; A: 60; B: 80	2/2	
	B40.	Conteo verbal regresivo desde 20	Ninguno	Ahora tu cuentas hacia atrás empezando desde 20	20,19, 18, … 3, 2, 1	20 hasta 1 en orden correcto	
	B41.	Hechos de Substracción: N-N & N-1	Libro de dibujos B	¿Cuánto es__ si le quitas __?	P:1; a: 0; b:4; c:0; d:7	4/4 sin contar. <3 seg.	
	B42.	Conteo de 10 en 10 de manera verbal: 100 hasta 190	Ninguno	Cuenta de 10 en 10, así: 100, 110, 120…	130, 140, 150, 160, 170, 180, 190	Hasta 190 en orden correcto	
8 Años	B43.	Hechos de adición: Sumas hasta 9	Libro de dibujos B	¿Cuánto es___y ___por todo?	P:4; a: 9; b:8	2/2 sin contar <3 seg.	
	B44.	Lectura de números de 3 dígitos	Libro de dibujos B	¿Qué número es este?	A:107; b: 164; c:270	3/3	
	B45.	Escritura de números de 3 dígitos	Hoja de trabajo B	Escribe el número	A:105; b:280	2/2	
	B46.	Hechos de adición: Sumas de 10 y dobles pequeños	Libro de dibujos B	¿Cuánto es__ y ___ por todo?	P: 4; a:10; b: 5; c:10; d:10	4/4 sin contar <3 seg.	
	B47.	Decenas en una centena	Libro de dibujos B	¿El billete de $100 vale cuantos billetes de $10?	10	1/1	
	B48.	Contar después de: Términos de 100	Ninguno	¿Qué número viene después; __, y luego viene…?	P:4; a:136; b: 190	2/2	
	B49.	Suma escrita de 2 dígitos sin llevar	Hoja de trabajo B	Haz estas sumas que vez aquí	A:49; b:85	2/2	

	B50.	Hechos de restas: M-N=N	Libro de dibujos B	¿Cuánto es ___ si le quitas___?	P: 1; a:5; b:7	2/2 sin contar <3 seg.	
	B51.	Hechos de adición: Dobles grandes	Libro de dibujos B	¿Cuánto es __ y __ por todo?	P:4; a:18; b:12	2/2 sin contar <3 seg.	
	B52.	Sumas/resta mental: +/- 10 década	Ninguno	¿Cuántos puntos tiene en total?	A: 60; b:40; c:30; d:80; e:50; f:70	5/6 <3 seg.	
	B53.	Centenas en un mil	Libro de dibujos B	¿El billete de mil vale cuantos billetes de 100?	10	1/1	
	B54.	Hechos de multiplicación: Nx0 & Nx1	Libro de dibujos B	¿Cuánto es__ veces__?	P:2; a:0; b:4; c:0; d:8	4/4 sin contar <3 seg.	
	B55.	Procedimiento de substracción: Alineación en columnas	Libro de dibujos B	¿Las alineo bien o mal?	P: bien; a: mal; b: bien; c: bien; d:mal	4/4	
	B56.	Hechos de substracción: 10-N	Libro de dibujos B	¿Cuánto es ___ si le quitas ___?	P:1; a:6; b:3	2/2 sin contar <3 seg	
	B57.	Sumando múltiplos de 10	Ninguno	¿Cuánto te queda en total?	A:$17; b:$25; c:$36; d:$103; e:$36	4/5	
	B58.	Línea numérica mental: 3 y 4 dígitos	Libro de dibujos B	¿Cuál está más cerca de__, __ o __?	P:5; a:193; b:9000; c:800; d:3000; e:3000	4/5	
	B59.	Procedimiento de adición escrita: Alineamiento	Libro de dibujos B	¿Lo alineo bien o mal?	P: mal; a: bien; b: bien; c: mal; d: mal	4/4	
	B60.	Lectura de números: 4 dígitos	Libro de dibujos A	¿Qué número es este?	A:1007; b: 5062; c: 3204	3/3	
	B61.	Hechos de adición: 10 al 19	Libro de dibujos B	¿Cuánto es ___ y ___por todo?	P:4; a:13; b:15	2/2 sin contar <3 seg.	
	B62.	Sumas escritas: Adendos de dos números y llevando	Hoja de trabajo B	Haz esas sumas que ves aquí	A:73; b:105	2/2	
	B6	Procedimiento	Hoja	Haz estas	A:563; b:325	1/2	

	3.	s de adición escrita: Adendos de tres dígitos y llevando	de trabajo B	sumas que ves aquí			
	B6 4.	Restando múltiplos de 10	Ninguno	¿Con cuánto te quedas al final?	A:$9; b:$25; c:$42; d:$8; e:$106	4/5	
	B6 5.	Resta mental: 10 al 19 menos números de un solo dígito	Ninguno	¿Cuánto da __ si le quitas __?	P:4; a:8; b:13; c:12	3/3	
	B6 6.	Mayor y menor dígito	Libro de dibujos B Hoja de trabajo B	Cuál es el número más pequeño/grande?	A:1 ó 0; b:9; c:10; d:99; e:100; f:999	6/6	
	B6 7.	Suma mental: Números del 10 al 19	Ninguno	¿Cuánto son ___ manzanas y ___manzanas por todo?	P:10; a:34, b:29; c:28	3/3	
	B6 8.	Conteo verbal de 4 en 4: hasta 24	Ninguno	Cuenta de 4 en 4 para mi	4,8,12,16,20, 24	Hasta 24 sin contar de 1 en 1	
	B6 9.	Resta escrita: 2 dígitos y prestando	Hoja de trabajo B	Haz estos problemas que ves aquí	A:38; b:47	2/2	
	B7 0.	Hechos de multiplicación: Nx2	Libro de dibujos B	¿Cuánto es__veces__?	P:2; a:8; b:14	2/2 sin contar <3 seg.	
	B7 1.	Procedimiento de resta: 3 dígitos y prestando	Hoja de trabajo B	Haz estas restas que vez aquí	A:148; b:238	2/2	
	B7 2.	Substracción Mental: Multidígitos	Ninguno	¿Cuánto da__ si le quitas__?	P:4; a:5; b:5; c:7	3/3	
Puntaje bruto:							
Sección IV. Interpretación y Comentarios							